D−変形の実践

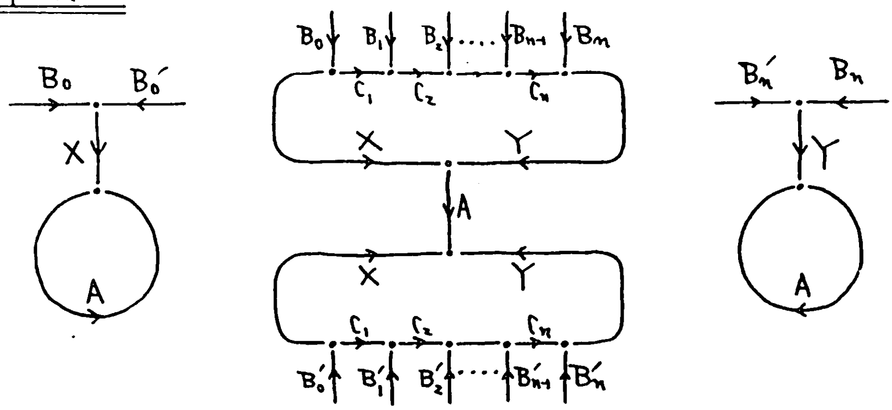
—— 池田−石井 のExamplesについて ——

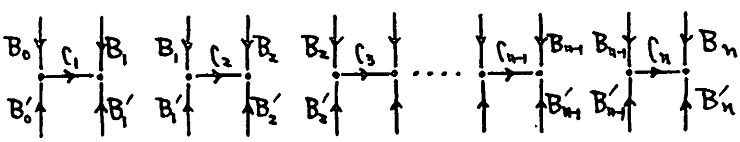
東洋大 工　山下正勝
上智大 理工　横山和夫

Near Missの生じていない場合のD−変形が一応完結したので、池田，石井両氏が創り出されたExamplesについて適用してみた。その結果を、資料としてここに報告する。先ずD_n−変形($n=1,2,3,\cdots$)の最も簡単な場合としてNear Missが無い場合のreductionの方法を一括してまとめておいた。次にその実践例を挙げておいた。これらの例で、石井氏が研究会の席上で提出された宿題は解決できたことにしていただくつもりである。最後に、池田−石井のExamplesを、同一視される2-cellsが何辺形で構成されているかで(辞書的順序を用いて)順序づけてみた。そして、D_1−, D_2−, D_3−変形によるreductionによってどのExampleにreduceされるかの表を作ってみた。

記号について
$(1,2,3,9^*,9^{**})$とは 1辺形の対が1つ、2辺形の対が1つ、…で、9^*とは 9辺形の1組の対はその一方が退化した9辺形，9^{**}とは双方とも退化した9辺形という意味。

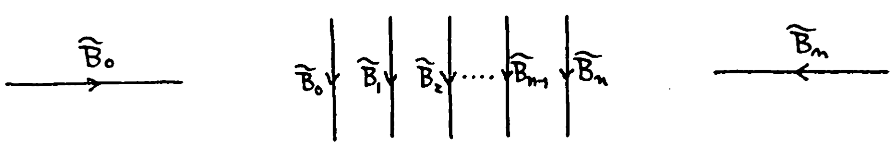
D_1-変形

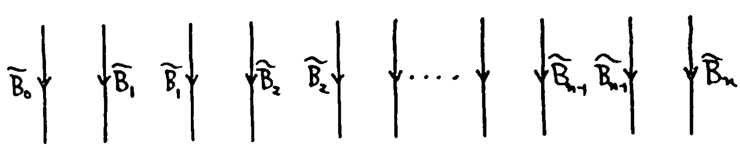




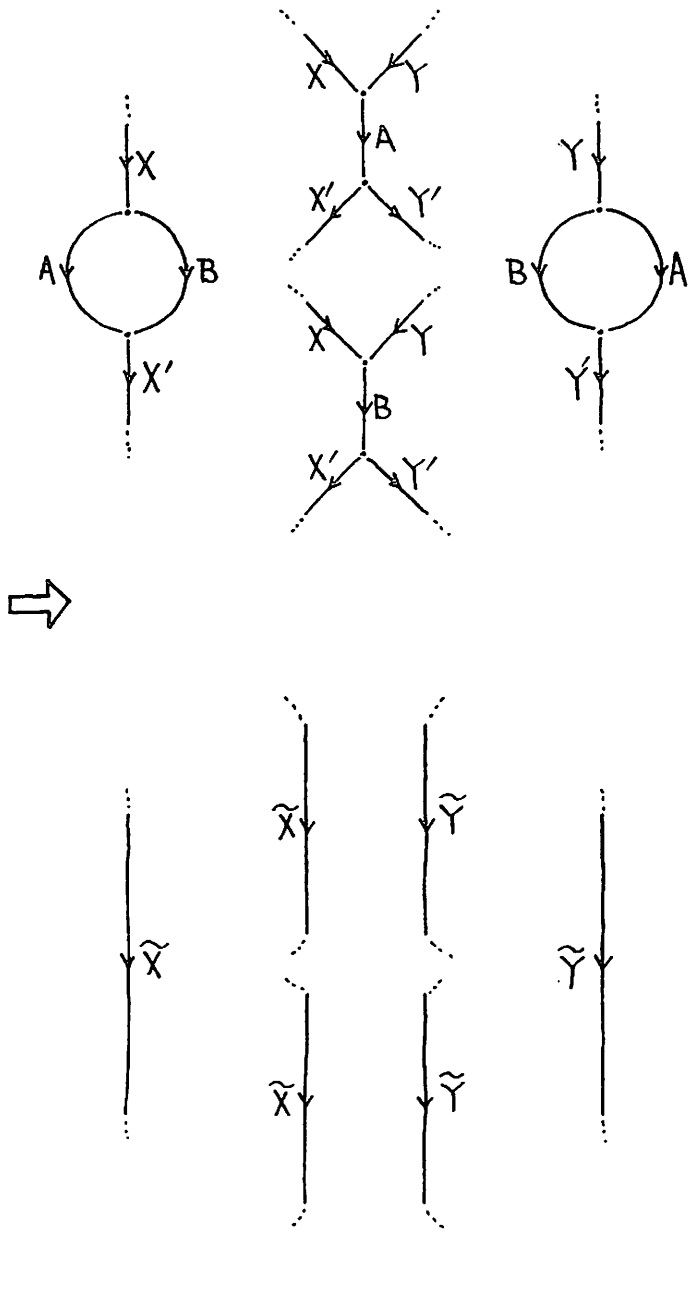
⇨

$$\widetilde{B_i} = B_i \overline{B_i'} \quad (i = 0, 1, 2, \cdots, m)$$

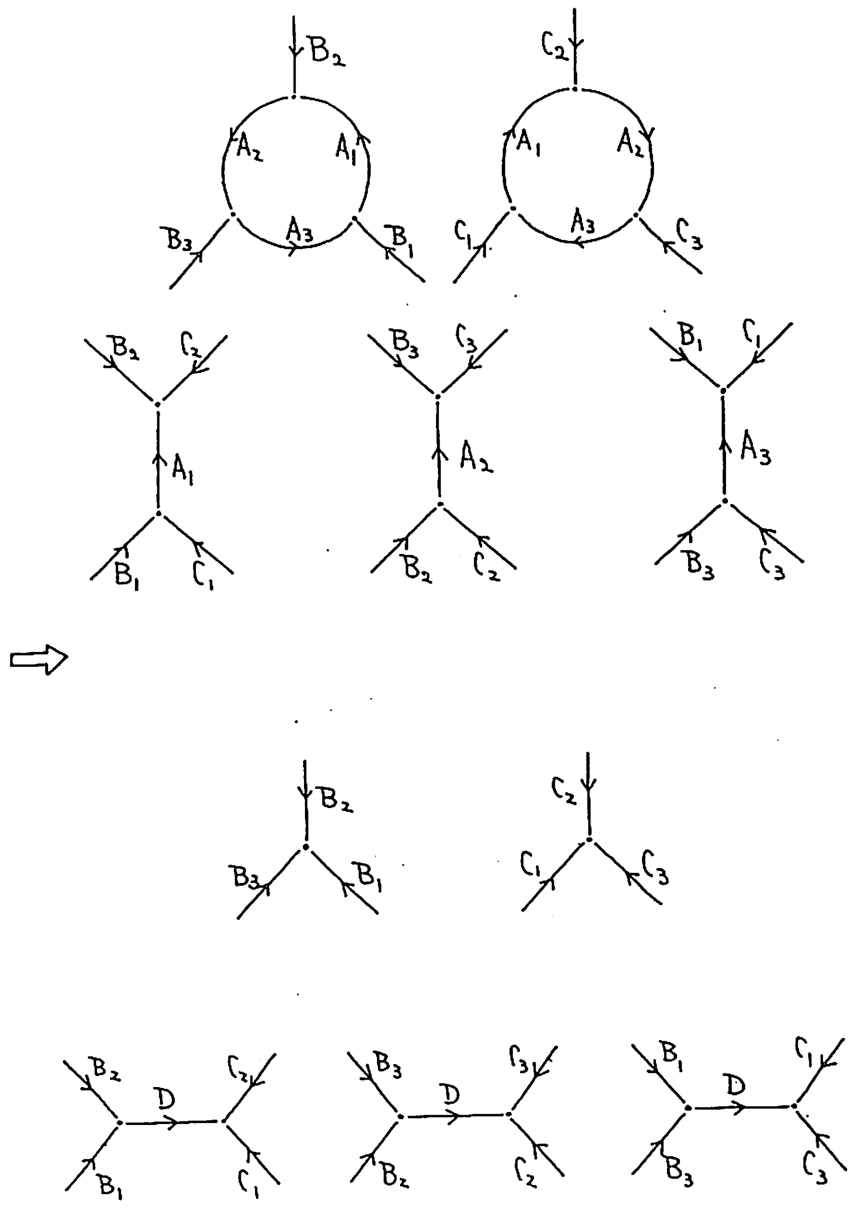




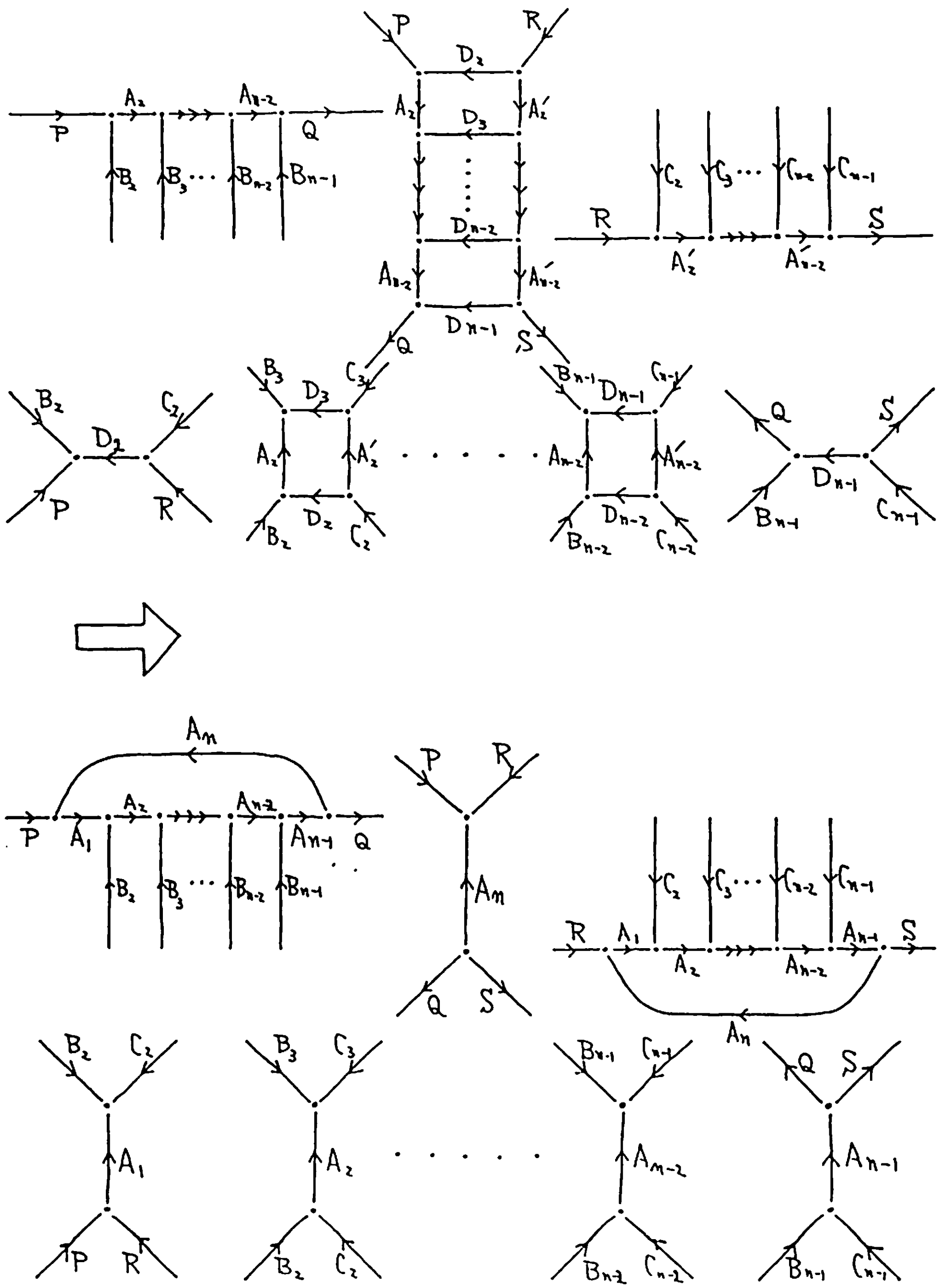
D₂-变形

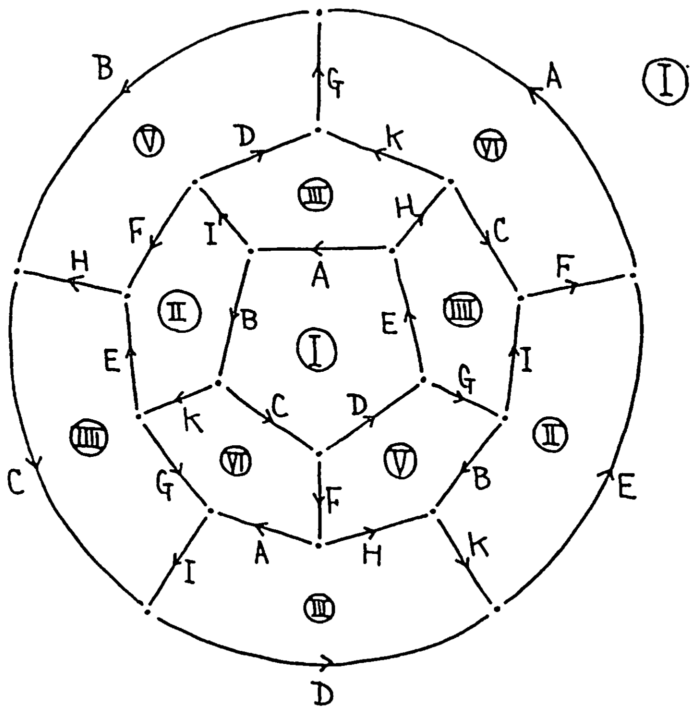


D_3-変形


B2
A2
A1
B3
A3
B1
C2
A1
A2
C1
A3
C3
B2 C2
A1
B1 C1
B3 C3
A2
B2 C2
B1 C1
A3
B3 C3
B2
B3 B1
C2
C1 C3
B2 C2
D
B1 C1
B3 C3
D
B2 C2
B1 C1
D
B3 C3

D_n-変形 $(n \geqq 4)$

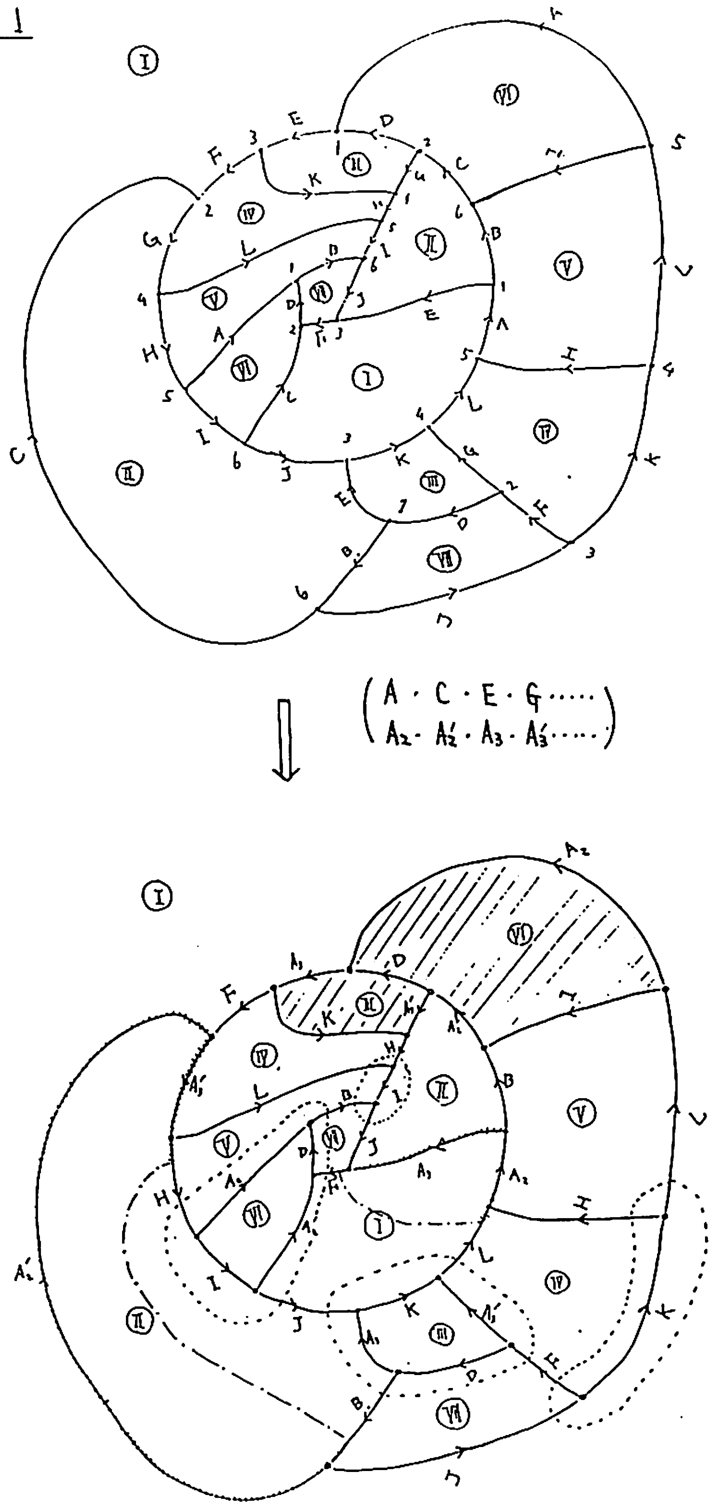

P
Q
R
S
A₂
Aₙ₋₂
B₂
B₃
Bₙ₋₂
Bₙ₋₁
C₂
C₃
Cₙ₋₂
Cₙ₋₁
D₂
D₃
Dₙ₋₂
Dₙ₋₁
A′₂
A′ₙ₋₂
A₁
Aₙ₋₁
Aₙ

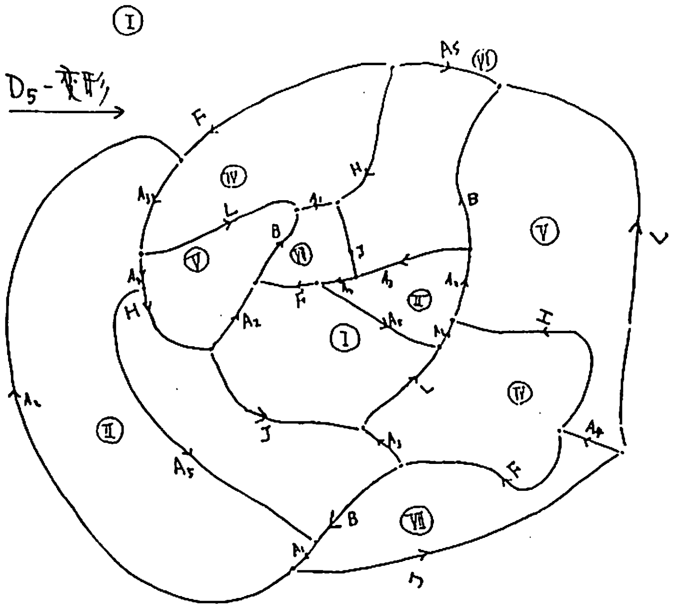


上の図は Seifert-Threlfall の教科書に載っている Dodecahedral Space の DS-diagram を転載したものである。石井氏から提供された2例に例1, 例2)がともに上の DS-diagram と β-同値であることを、D_4-変形, D_5-変形を用いて示す。

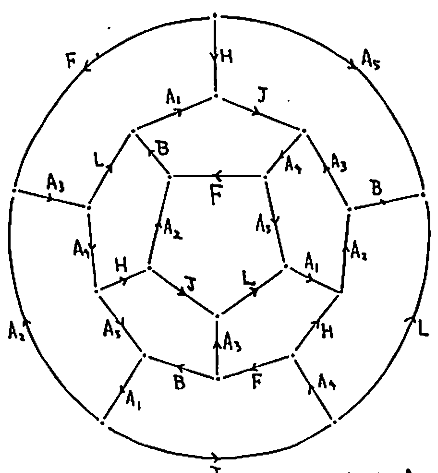
さらに例3を、(これも石井氏から提供された資料であるが) D_6-変形の実践例として資料に供する。

例 1





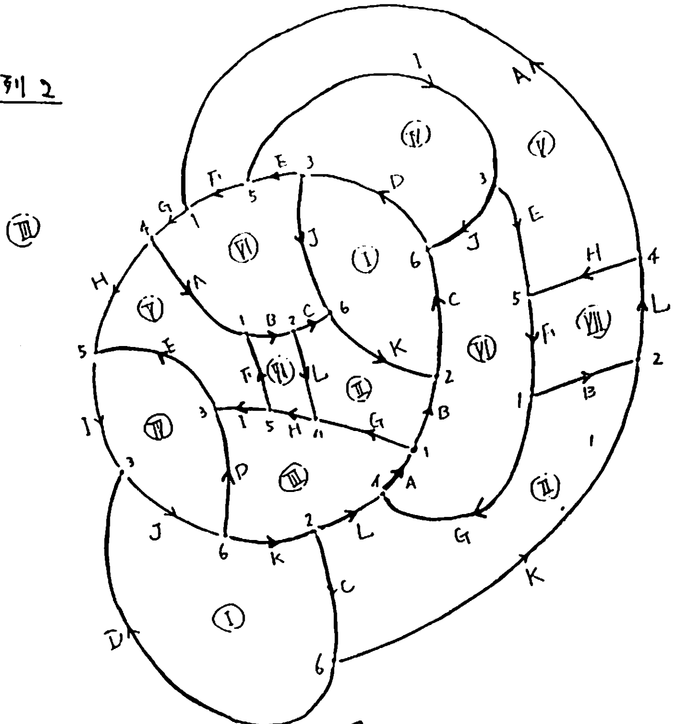
||



$$\Downarrow \quad \begin{pmatrix} F & A_2 & J & L & A_5 & A_3 & A_1 & A_4 & B & H \\ A & B & C & D & E & F & G & H & I & K \end{pmatrix}$$

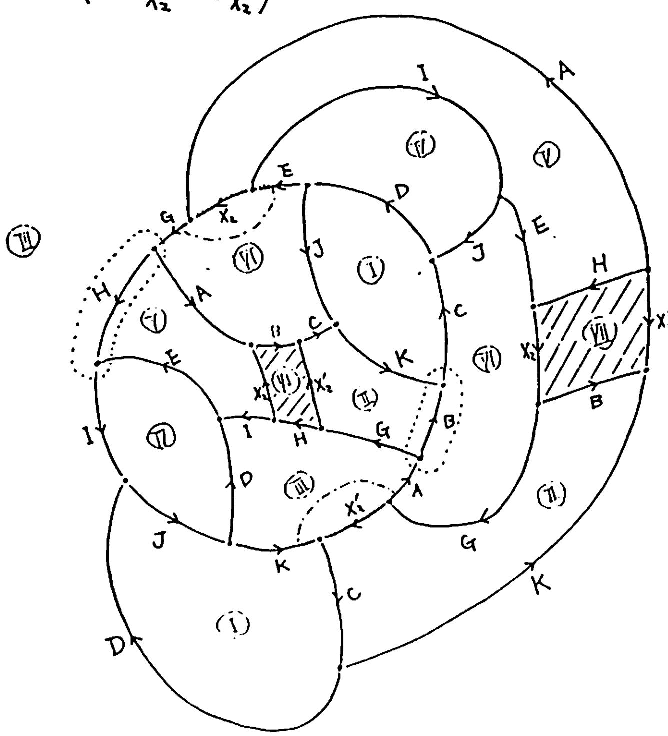
dodecahedral space.

例2

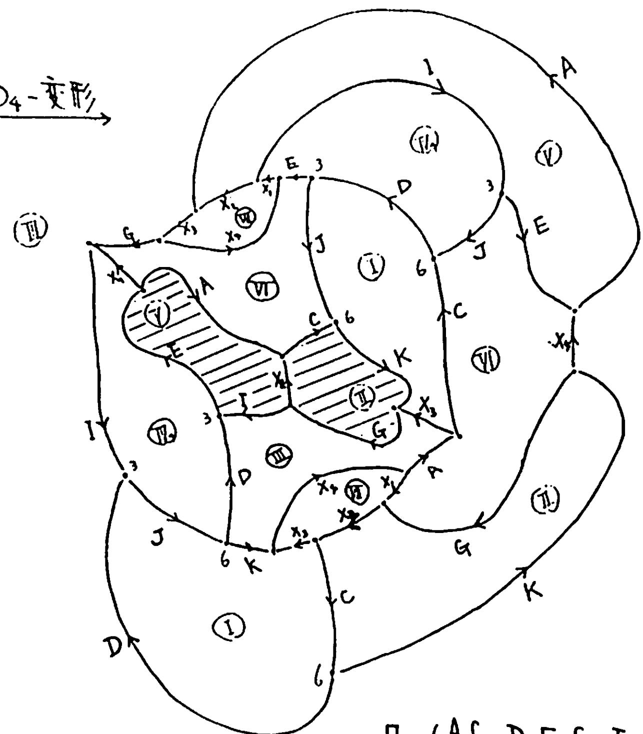


(⋯ F ⋯ L
⋯ X_2 ⋯ X_2')

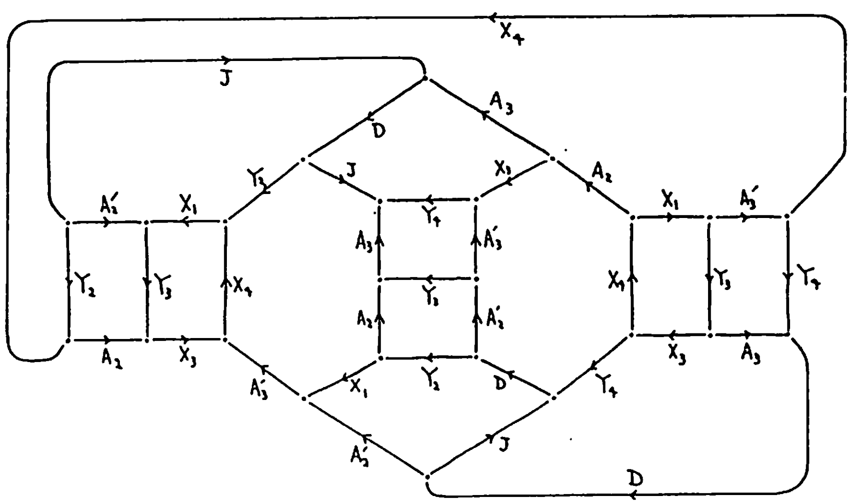
⇓



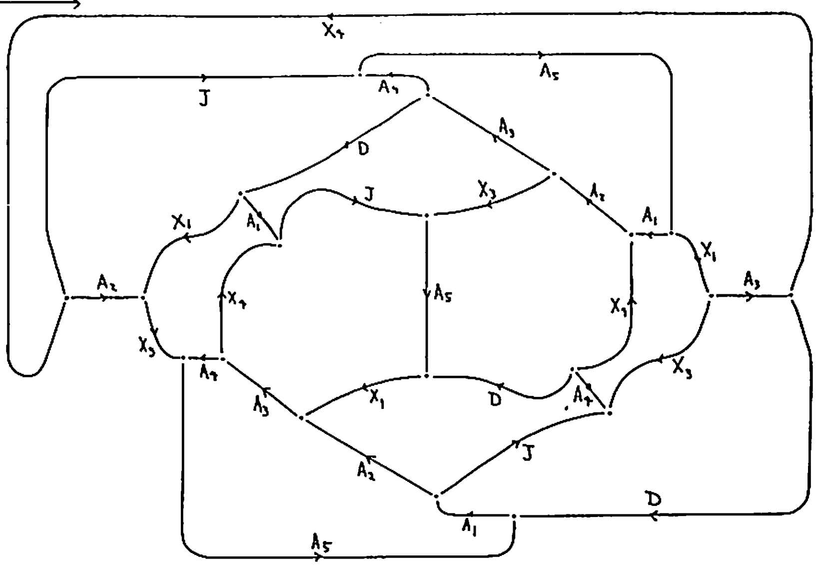
D_4-変形 →



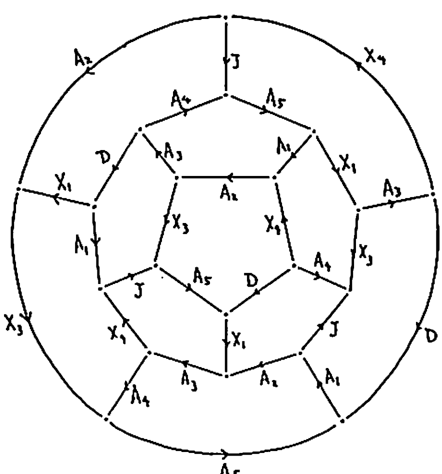
$$\Downarrow \begin{pmatrix} A & C & D & E & \underline{G} & \underline{I} & J & \underline{K} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ X_3 & A_3 & D & Y_2 & \overline{A'_3} & \overline{A'_2} & J & \overline{Y_4} & X_1 & Y_3 & X_3 & X_4 \end{pmatrix}$$



D_5-変形 →



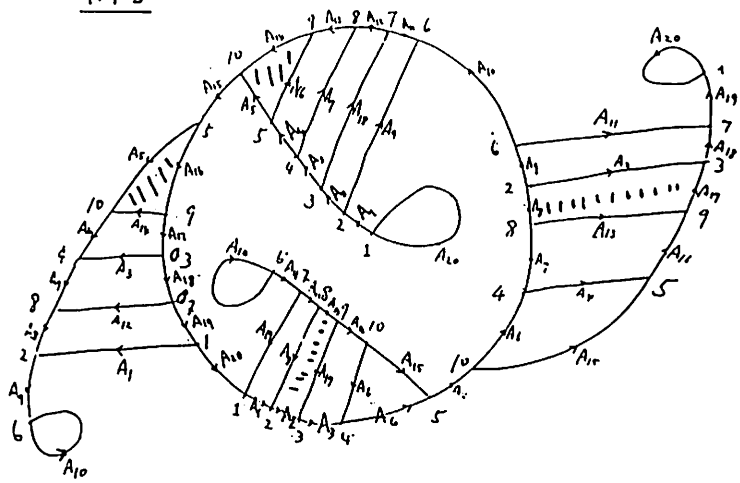
‖



$$\Downarrow \quad \begin{pmatrix} A_2 & X_3 & A_5 & \bar{D} & X_4 & X_1 & A_4 & \bar{A}_1 & A_3 & J \\ A & B & C & D & E & F & G & H & I & K \end{pmatrix}$$

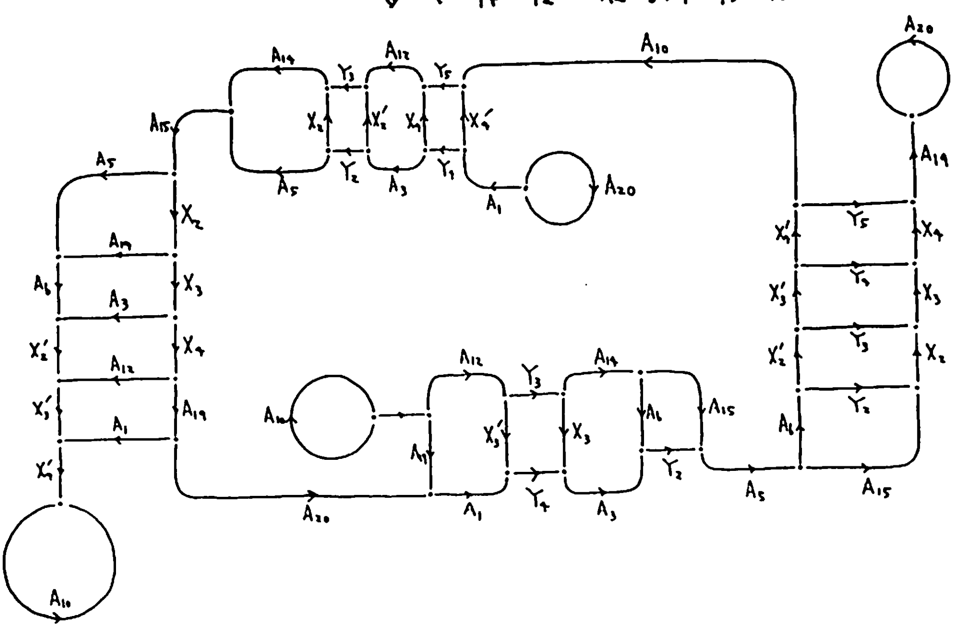
dodecahedral space.

例 3

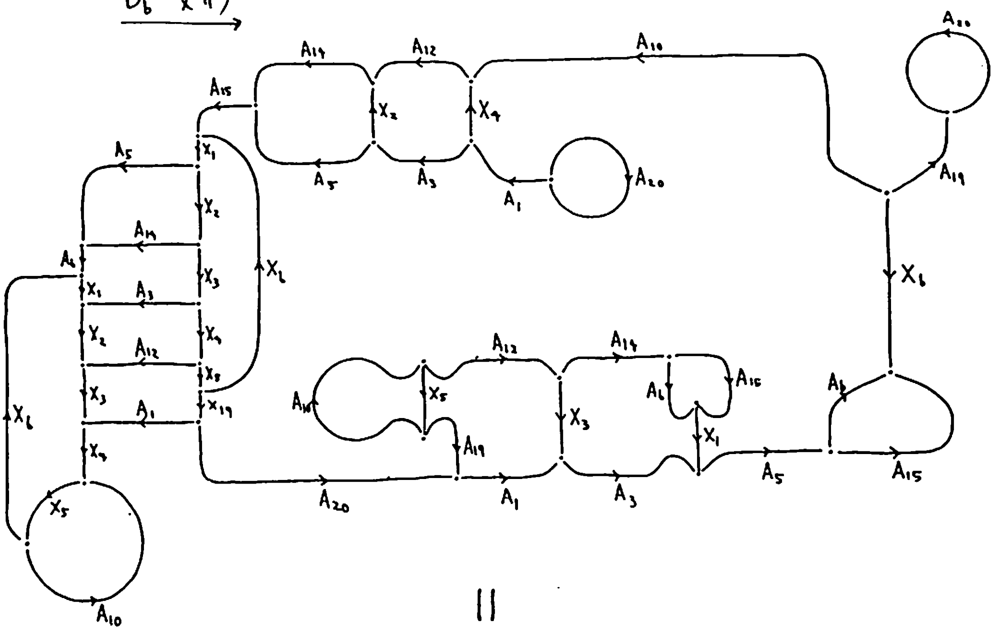


$$\pi_1 = \mathbb{Z}_5$$

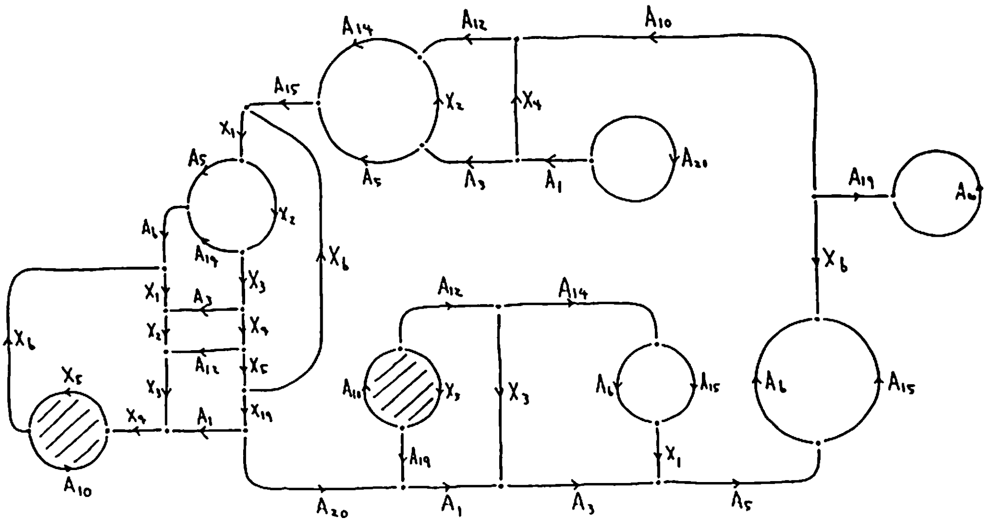
$$\begin{pmatrix} \cdot & A_2 & \cdot & A_4 & \cdot & \cdot & A_7 & A_8 & A_9 & \cdot & A_{11} & \cdot & A_{13} & \cdot & \cdot & A_{16} & A_{17} & A_{18} & \cdot & \cdot \\ \cdot & Y_4 & \cdot & Y_2 & \cdot & \cdot & X_2' & X_3' & X_4' & \cdot & Y_5 & \cdot & Y_3 & \cdot & \cdot & X_2 & X_3 & X_4 & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$



D_6 - 変形 →

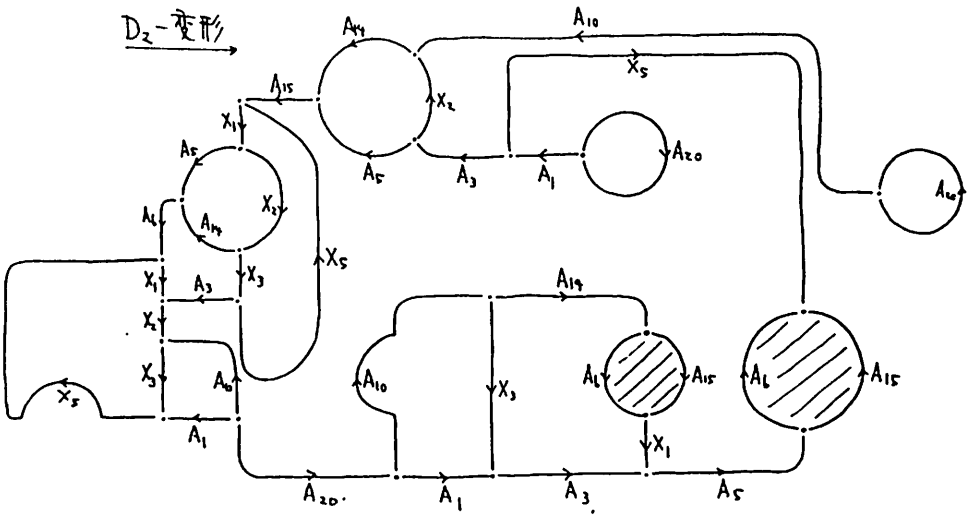

A14
A12
A10
A20
A15
X2
X4
X1
A5
A3
A1
A20
A19
X6
A14
A6
A3
A12
A1
X1
X2
X3
X4
X5
X19
X6
X5
A10
A12
A14
A6
A15
A11
X5
A19
X3
X1
A6
A20
A1
A3
A5
A15

11

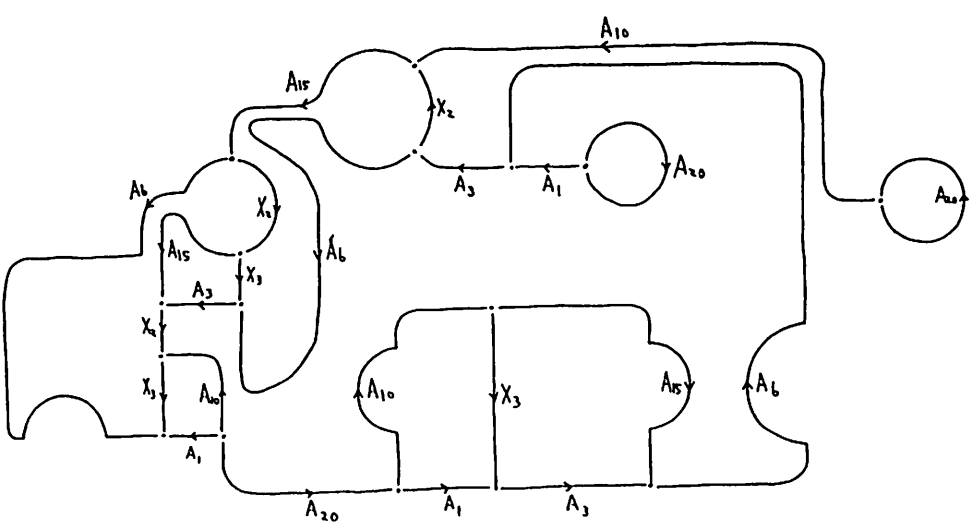

A14
A12
A10
A15
X2
X4
X1
A5
A3
A1
A20
A19
A20
A6
X6
A14
A3
A12
A1
X3
X4
X5
X19
X6
X5
X4
A10
A12
A14
A11
X5
X3
A6
A15
A19
X1
A20
A1
A3
A5

13

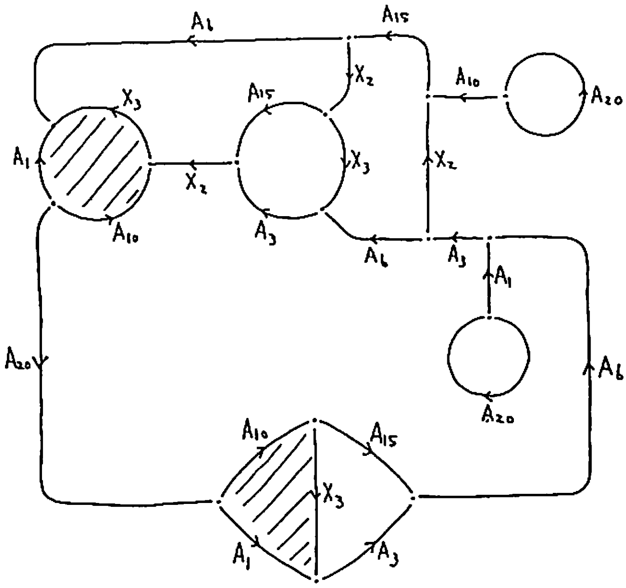
D_2-变形 →


A₁₀
X₅
A₁₄
A₁₅
X₂
A₅
A₃
A₁
A₂₀
X₁
X₃
A₆
A₁₉
A₂₀
A₁
A₃
A₅
A₁₅

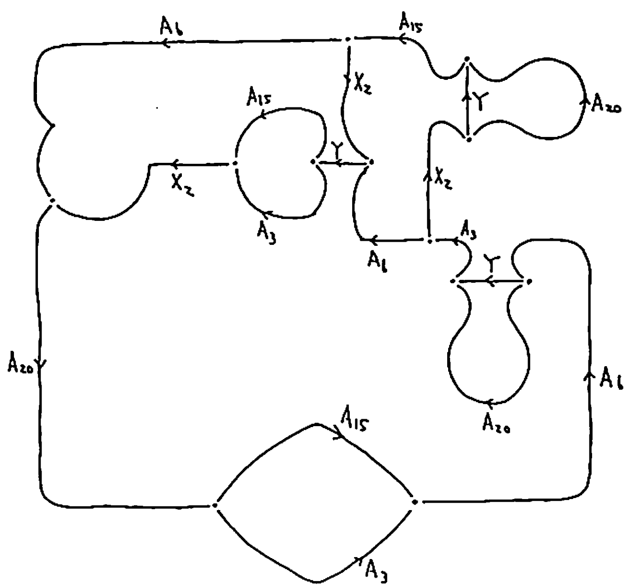
D_2-变形 →


A₁₀
A₁₅
X₂
A₃
A₁
A₂₀
A₆
A₁₅
X₃
A₃
A₁₀
A₆
A₂₀
A₁
A₃

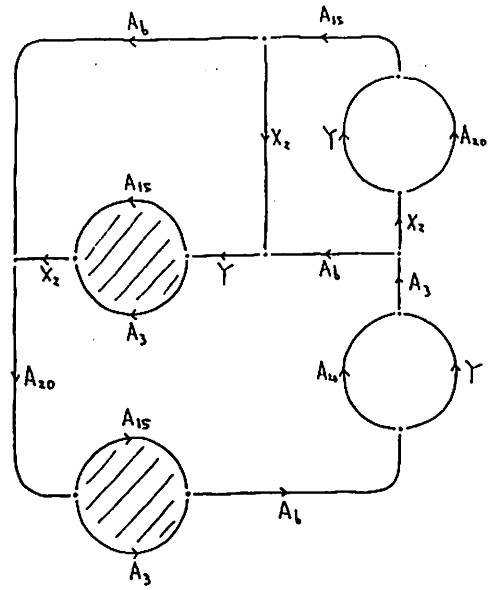
=


A6
A15
X2
A10
A20
X3
A15
A1
X3
X2
X2
A10
A3
A6
A3
A1
A20
A6
A20
A10
A15
X3
A1
A3

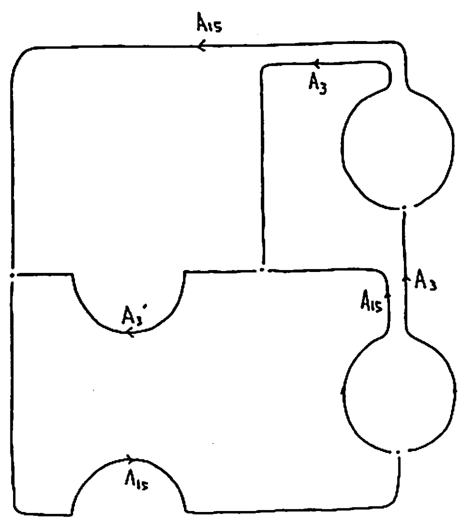
D3-变形 →


A6
A15
X2
A15
Y
Y
A20
X2
X2
A3
A3
A6
Y
A20
A6
A20
A15
A3

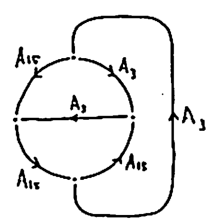
=


A6
A15
X2
Y
A20
A15
X2
Y
A6
A3
A3
A14
Y
A20
A15
A6
A3

D_2-変形 →

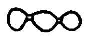

A15
A3
A3
A15
A3'
A15

=


A15
A3
A3
A3
A15
A15

(1-2) : L(5,2)

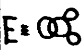
n 辺形表示 (その1) : $\pi_1=\{1\}$, $\#\mathfrak{G}_3 \leq 3$ の場合

$\#\mathfrak{G}_3$	n 辺形表示	$\mathfrak{G}_2$ の形	沖田-石井の番号との対比 及び 備考
1	(1, 5**)		沖田 (1-3)　※ おわび
2	(1, 1, 10**)		沖田 (2-1)　※ Bing House ※ E-cycle なし
	(1, 1, 10**)		沖田 (2-2)
	(1, 4, 7**)		沖田 (2-3)
3	(1, 1, 1, 15**)		18
	(1, 1, 2, 14**)		5, 6　※ 5=6 (DS-diagram として)
	(1, 1, 7**, 9**)		19
	(1, 1, 8*, 8*)		1
	(1, 2, 2, 13**)		2, 4　※ 2=4
	{ (1, 2, 5*, 10**)		11, 14　※ 11=14 } ※ 10≠11
	{ (1, 2, 5*, 10**)		10, 13　※ 10=13
	(1, 2, 6, 9**)		8
	(1, 3, 6, 8**)		7
	(1, 5*, 5*, 7**)		12
	(2, 2, 3, 11**)		15
	{ (2, 3, 5, 8)		9
	{ (2, 3, 5, 8*)		16, 17　※ 16=17
	(2, 4, 5, 7)		3

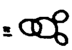
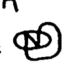
※ $\mathfrak{G}_2$ の形は石井氏の表から転載した(以下の表についても同様.

$\#\mathfrak{G}_3=3$ のとき $\mathfrak{G}_2$ の形は4種類である.

n辺形表示（その2）： $\pi_1=\{1\}$, $\#\mathfrak{G}_3=4$ の場合

n辺形表示	$\mathfrak{G}_2$の形	石井氏の頁番号
(1, 1, 1, 1, 20^{**})	F= 	89.
(1, 1, 1, 2, 19^{**})	D= 	91, 128.
{ (1, 1, 1, 7^{**}, 14^{**})	D	87, 94.
(1, 1, 1, 7^{**}, 14^{**})	F	90.
(1, 1, 1, 8^{**}, 13^{**})	D	53, 69.
(1, 1, 2, 2, 18^{**})	B= 	75, 125.
(1, 1, 2, 5^{*}, 15^{**})	E= 	71, 82, 92, 129.
(1, 1, 2, 6^{*}, 14^{**})	C= 	74, 118.
(1, 1, 2, 7^{**}, 13^{**})	D	83, 96.
{ (1, 1, 2, 8^{*}, 12^{**})	D	25, 38, 67, 93.
(1, 1, 2, 8^{**}, 12^{**})	B	78, 99.
(1, 1, 2, 9^{**}, 11^{**})	D	70.
(1, 1, 2, 10^{**}, 10^{**})	B	57, 117.
(1, 1, 3, 3, 16^{**})	C	56, 113, 123.
(1, 1, 3, 5^{*}, 14^{**})	C	50, 54, 63, 66, 72, 88, 95, 101, 102.
{ (1, 1, 3, 8^{*}, 11^{**})	C	21, 73, 112, 127.
(1, 1, 3, 8^{**}, 11^{**})	E	14.
(1, 1, 4, 4, 14^{**})	B	52, 60.
(1, 1, 4, 8^{**}, 10^{**})	B	39, 58, 109.
(1, 1, 5^{*}, 5^{*}, 12^{**})	E	86.
(1, 1, 5^{*}, 6^{*}, 11^{**})	C	120, 130.
(1, 1, 7^{**}, 7^{**}, 8)	F	28.
(1, 2, 2, 3, 16^{**})	A= 	77.
(1, 2, 2, 4, 15^{**})	B	23, 32, 80.
(1, 2, 2, 8, 11^{**})	B	6, 46, 107.
(1, 2, 2, 9^{**}, 10)	A	8. 48.

(続き)

(1, 2, 3, 3, 15**)	A≡ 	42, 85, 98.
(1, 2, 3, 5, 13**)	A	17, 105, 121.
(1, 2, 3, 6*, 12**)	H≡ 	41, 76.
(1, 2, 3, 8, 10**)	B≡ 	4, 44.
{ (1, 2, 3, 9*, 9**)	A	84, 110, 126.
{ (1, 2, 3, 9**, 9**)	A	100.
(1, 2, 4, 5, 12**)	B	51, 103.
(1, 2, 4, 6, 11**)	B	20, 59.
(1, 2, 5*, 6*, 10*)	A	9, 49, 68, 79, 111.
{ (1, 2, 5, 8, 8**)	B	30, 40.
{ (1, 2, 5*, 8, 8**)	E≡ 	26, 27, 37.
(1, 2, 6*, 7*, 8)	C≡ 	5, 7, 45, 47.
(1, 3, 3, 8, 9**)	A	13.
(1, 3, 4, 5*, 11**)	C	12, 29, 34, 64.
(1, 3, 4, 6*, 10*)	C	16, 61, 106, 124.
(1, 3, 4, 8, 8**)	B	3.
(1, 3, 5*, 5*, 10**)	A	119.
(1, 3, 5, 6*, 9*)	C	19, 33, 108, 122.
(1, 3, 5*, 7, 8*)	A	55, 97, 114, 115.
{ (1, 5, 5*, 6*, 7*)	A	18, 116.
{ (1, 5*, 5*, 6, 7**)	A	62, 65.
(2, 2, 3, 6, 11**)	A	24, 81.
(2, 3, 3, 3, 13**)	G≡ 	43.
(2, 3, 3, 6, 10*)	A	2, 36.
(2, 3, 3, 8, 8*)	G	104.
(2, 3, 4, 6, 9*)	A	1, 35.
(2, 4, 4, 5, 9)	B	22.
(2, 4, 5, 5, 8)	B	31.
(3, 3, 3, 5, 10)	A	10.
(3, 3, 5, 5, 8)	A	11, 15.

D_n-変形 ($n=1,2,3$) による reduction の流れ ($\pi_1=\{1\}$, $\#G_3=4$)

石井氏の頁番号	n辺形表示	D_1-変形			D_2-変形		D_3-変形		
1	$(2,3,4,6,9^{*})$	—	—	—	D	—	7	—	—
2	$(2,3,3,6,10^{*})$	—	—	—	D	—	8	16	—
3	$(1,3,4,8,8^{**})$	▲	—	—	—	—	▲		
4	$(1,2,3,8,10^{**})$	▲	—	—	D	—	▲	—	—
5	$(1,2,6^{*},7^{*},8)$	▲	—	—	D	—	—	—	—
6	$(1,2,2,8,11^{**})$	▲	—	—	D	D	—	—	
7	$(1,2,6^{*},7^{*},8)$	▲	—	—	D	—	—		
8	$(1,2,2,9^{**},10)$	▲	—	—	D	D	—		
9	$(1,2,5^{*},6^{*},10^{*})$	▲	—	—	D	—	—		
10	$(3,3,3,5,10)$	—	—	—	—	—	9	9	15
11	$(3,3,5,5,8)$	—	—	—	—	—	3	16	—
12	$(1,3,4,5^{*},11^{**})$	▲	—		—	—	11	—	
13	$(1,3,3,8,9^{**})$	▲	—		—	—	7	7	
14	$(1,1,3,8^{**},11^{**})$	▲		—	—		▲		
15	$(3,3,5,5,8)$	—					3	9	
16	$(1,3,4,6^{*},10^{*})$	5-3	—				9		
17	$(1,2,3,5,13^{**})$	5-3	—		D	—	16		
18	$(1,5,5^{*},6^{*},7^{*})$	▲	—		—				
19	$(1,3,5,6^{*},9^{*})$	5-3					3		
20	$(1,2,4,6,11^{**})$	5-3	—		D				
21	$(1,1,3,8^{*},11^{**})$	5-3	▲				8		
22	$(2,4,4,5,9)$				D				
23	$(1,2,2,4,15^{**})$	5-2			D	D			
24	$(2,2,3,6,11^{**})$				D	D	19		
25	$(1,1,2,8^{*},12^{**})$	5-2	▲		D				

26	(1, 2, 5*, 8, 8**)	▲			D				
27	(1, 2, 5*, 8, 8**)	▲			D				
28	(1, 1, 7**, 7**, 8)	▲	▲						
29	(1, 3, 4, 5*, 11**)	▲					11		
30	(1, 2, 5, 8, 8**)	▲		—	C				
31	(2, 4, 5, 5, 8)				D				
32	(1, 2, 2, 4, 15**)	5-2			D	D			
33	(1, 3, 5, 6*, 9*)	5-3			—		3		
34	(1, 3, 4, 5*, 11**)	▲					10		
35	(2, 3, 4, 6, 9*)				D		7		
36	(2, 3, 3, 6, 10*)	—			D		8	16	
37	(1, 2, 5*, 8, 8**)	▲	—		D				
38	(1, 1, 2, 8*, 12**)	5-2	▲		D				
39	(1, 1, 4, 8**, 10**)	5-4	▲						
40	(1, 2, 5, 8, 8**)	▲			C				
41	(1, 2, 3, 6*, 12**)	▲			C		19		
42	(1, 2, 3, 3, 15**)	5-3			C		5	15	
43	(2, 3, 3, 3, 13**)				C		11	11	15
44	(1, 2, 3, 8, 16**)	▲	—		D		▲		
45	(1, 2, 6*, 7*, 8)	▲			D				
46	(1, 2, 2, 8, 11**)	▲			D	D			
47	(1, 2, 6*, 7*, 8)	▲			D				
48	(1, 2, 2, 9**, 10)	▲			D	D			
49	(1, 2, 5*, 6*, 10*)	▲			D				
50	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3	▲				11		
51	(1, 2, 4, 5, 12**)	5-4			C				
52	(1, 1, 4, 4, 14**)	5-4	5-4						
53	(1, 1, 1, 8**, 13**)	▲	▲	▲					
54	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3	▲	—			10		
55	(1, 3, 5*, 7, 8*)	5-3					16		

56	$(1, 1, 3, 3, 16^{**})$	5-3	5-3				2	2	
57	$(1, 1, 2, 10^{**}, 10^{**})$	▲	▲		C				
58	$(1, 1, 4, 8^{**}, 10^{**})$	5-4	▲		—	–			
59	$(1, 2, 4, 6, 11^{**})$	5-4			D				
60	$(1, 1, 4, 4, 14^{**})$	5-4	5-4						
61	$(1, 3, 4, 6^{*}, 10^{*})$	5-3					9		
62	$(1, 5^{*}, 5^{*}, 6, 7^{**})$	▲							
63	$(1, 1, 3, 5^{*}, 14^{**})$	5-3	▲				10		
64	$(1, 3, 4, 5^{*}, 11^{**})$	▲					10		
65	$(1, 5^{*}, 5^{*}, 6, 7^{**})$	▲			–				
66	$(1, 1, 3, 5^{*}, 14^{**})$	5-3	▲				10		
67	$(1, 1, 2, 8^{*}, 12^{**})$	5-2	▲		D				
68	$(1, 2, 5^{*}, 6^{*}, 10^{*})$	▲			D				
69	$(1, 1, 1, 8^{**}, 13^{**})$	▲	▲	▲					
70	$(1, 1, 2, 9^{**}, 11^{**})$	▲	▲		C				
71	$(1, 1, 2, 5^{*}, 15^{**})$	▲	▲		C	–			
72	$(1, 1, 3, 5^{*}, 14^{**})$	5-3	▲	—			11		
73	$(1, 1, 3, 8^{*}, 11^{**})$	5-3	▲				8		
74	$(1, 1, 2, 6^{*}, 14^{**})$	▲	▲		C				
75	$(1, 1, 2, 2, 18^{**})$	5-2	▲		C	C			
76	$(1, 2, 3, 6^{*}, 12^{**})$	▲			C		19		
77	$(1, 2, 2, 3, 16^{**})$	▲			C	C	18		
78	$(1, 1, 2, 8^{**}, 12^{**})$	5-2	▲		D				
79	$(1, 2, 5^{*}, 6^{*}, 10^{*})$	▲			D				
80	$(1, 2, 2, 4, 15^{**})$	5-2			D	D			
81	$(2, 2, 3, 6, 11^{**})$				D	D	19		
82	$(1, 1, 2, 5^{*}, 15^{**})$	▲	▲		C				
83	$(1, 1, 2, 7^{**}, 13^{**})$	▲	▲		C				
84	$(1, 2, 3, 9^{*}, 9^{**})$	▲			C		1		
85	$(1, 2, 3, 3, 15^{**})$	5-3			C		5	15	

86	(1, 1, 5*, 5*, 12**)	▲ ▲		–	
87	(1, 1, 1, 7**, 14**)	▲ ▲ ▲			
88	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3 ▲		10	
89	(1, 1, 1, 1, 20**)	▲ ▲ ▲ ▲			
90	(1, 1, 1, 7**, 14**)	▲ ▲ ▲			
91	(1, 1, 1, 2, 19**)	5-2 ▲ ▲	C		
92	(1, 1, 2, 5*, 15**)	▲ ▲	C		
93	(1, 1, 2, 8*, 12**)	5-2 ▲	D		
94	(1, 1, 1, 7**, 14**)	▲ ▲ ▲			
95	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3 ▲		11	
96	(1, 1, 2, 7**, 13**)	▲ ▲	Bing House –		
97	(1, 3, 5*, 7, 8*)	5-3	–	16	
98	(1, 2, 3, 3, 15**)	5-3	C	5	15
99	(1, 1, 2, 8**, 12**)	5-2 ▲	D		
100	(1, 2, 3, 9**, 9**)	▲	C	1	
101	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3 ▲		11	–
102	(1, 1, 3, 5*, 14**)	5-3 ▲		10	
103	(1, 2, 4, 5, 12**)	5-4	C		
104	(2, 3, 3, 8, 8*)		C	10	10
105	(1, 2, 3, 5, 13**)	5-3	D	16	
106	(1, 3, 4, 6*, 10*)	5-3		9	
107	(1, 2, 2, 8, 11**)	▲	D D		
108	(1, 3, 5, 6*, 9*)	5-3		3	
109	(1, 1, 4, 8**, 10**)	5-4 ▲			
110	(1, 2, 3, 9*, 9**)	▲	C	1	
111	(1, 2, 5*, 6*, 10*)	▲	D		
112	(1, 1, 3, 8*, 11**)	5-3 ▲		8	
113	(1, 1, 3, 3, 16**)	5-3 5-3		2	
114	(1, 3, 5*, 7, 8*)	5-3		16	
115	(1, 3, 5*, 7, 8*)	▲		12	

116	(1, 5, 5*, 6*, 7*)	▲				—			
117	(1, 1, 2, 10**, 10**)	▲	▲		C				
118	(1, 1, 2, 6*, 14**)	▲	▲		C				
119	(1, 3, 5*, 5*, 10**)	▲					12		
120	(1, 1, 5*, 6*, 11**)	▲	▲						
121	(1, 2, 3, 5, 13**)	5−3			D	—	16	—	
122	(1, 3, 5, 6*, 9*)	5−3					3		
123	(1, 1, 3, 3, 16**)	5−3	5−3				2	2	
124	(1, 3, 4, 6*, 10*)	5−3					9		
125	(1, 1, 2, 2, 18**)	5−2	▲		C	C			
126	(1, 2, 3, 9*, 9**)	▲			C		1		
127	(1, 1, 3, 8*, 11**)	5−3	▲				8		
128	(1, 1, 1, 2, 19**)	5−2	▲	▲	C				
129	(1, 1, 2, 5*, 15**)	▲	▲		C				
130	(1, 1, 5*, 6*, 17**)	▲	▲						

記号について

＊：5−3 などは何のことか分りません。気が狂って5−を付けたみたいです。

＊：▲は near miss のため、ここでの変形が適用できない。

＊：C… 池田 (2−2)

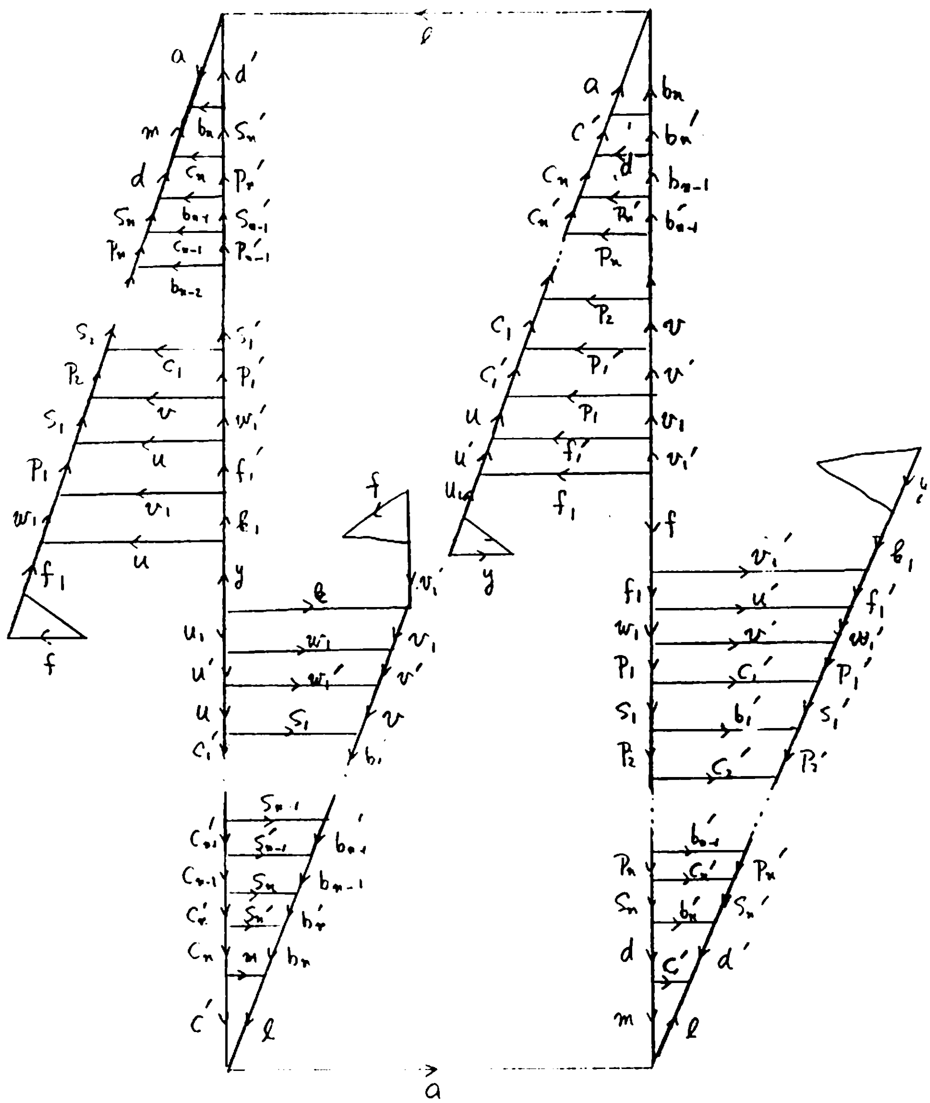
D… 池田 (2−3)

(A… 池田 (1−1) abalone
B… 池田 (2−1) Bingの実
のつもりでした)

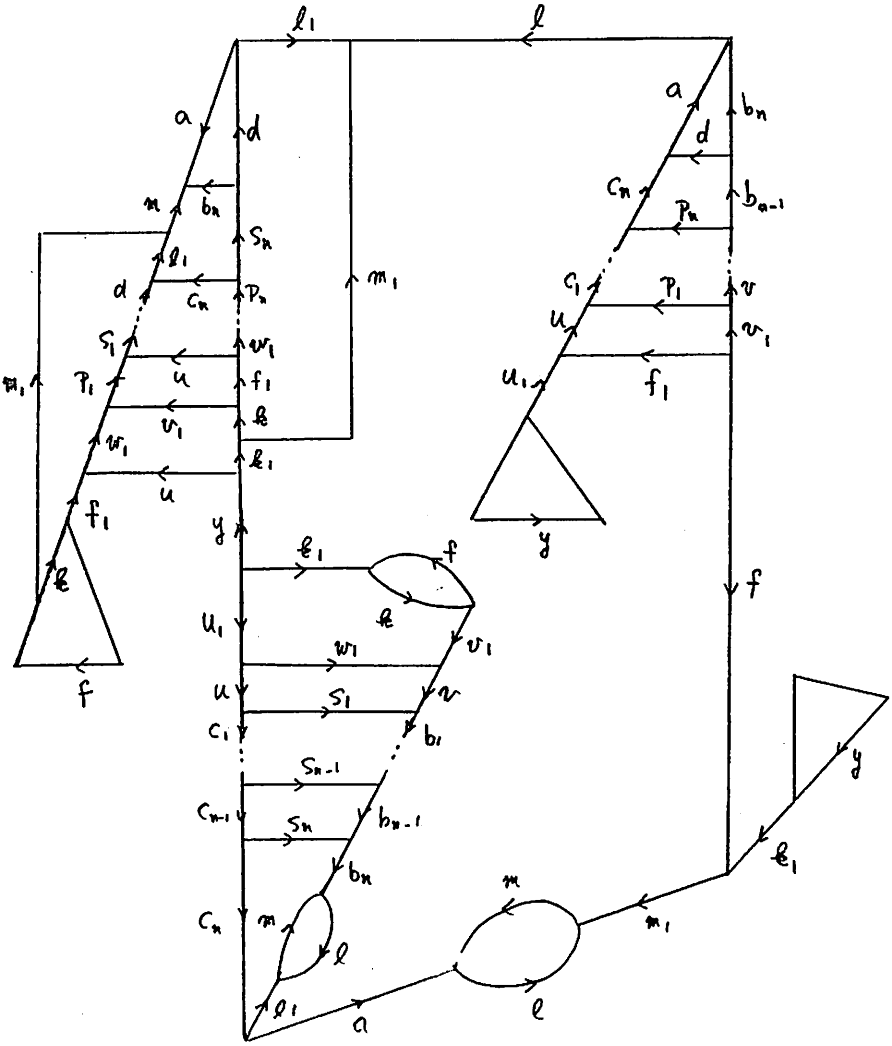
＊：D_3−変形での番号は石井氏の貝番号 (# G_3 = 3 のもの)

(以上)

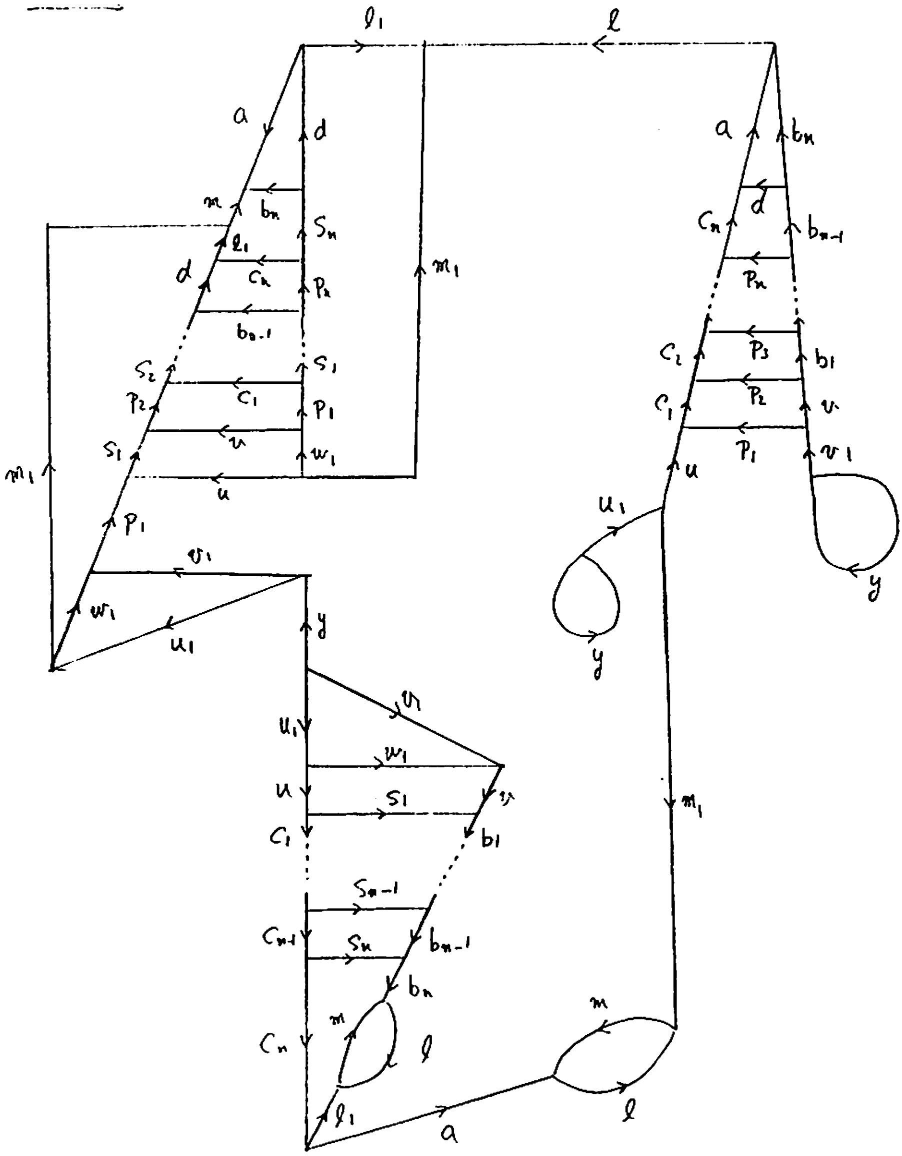
(補足1) 例4 (例 3 の一般の場合)



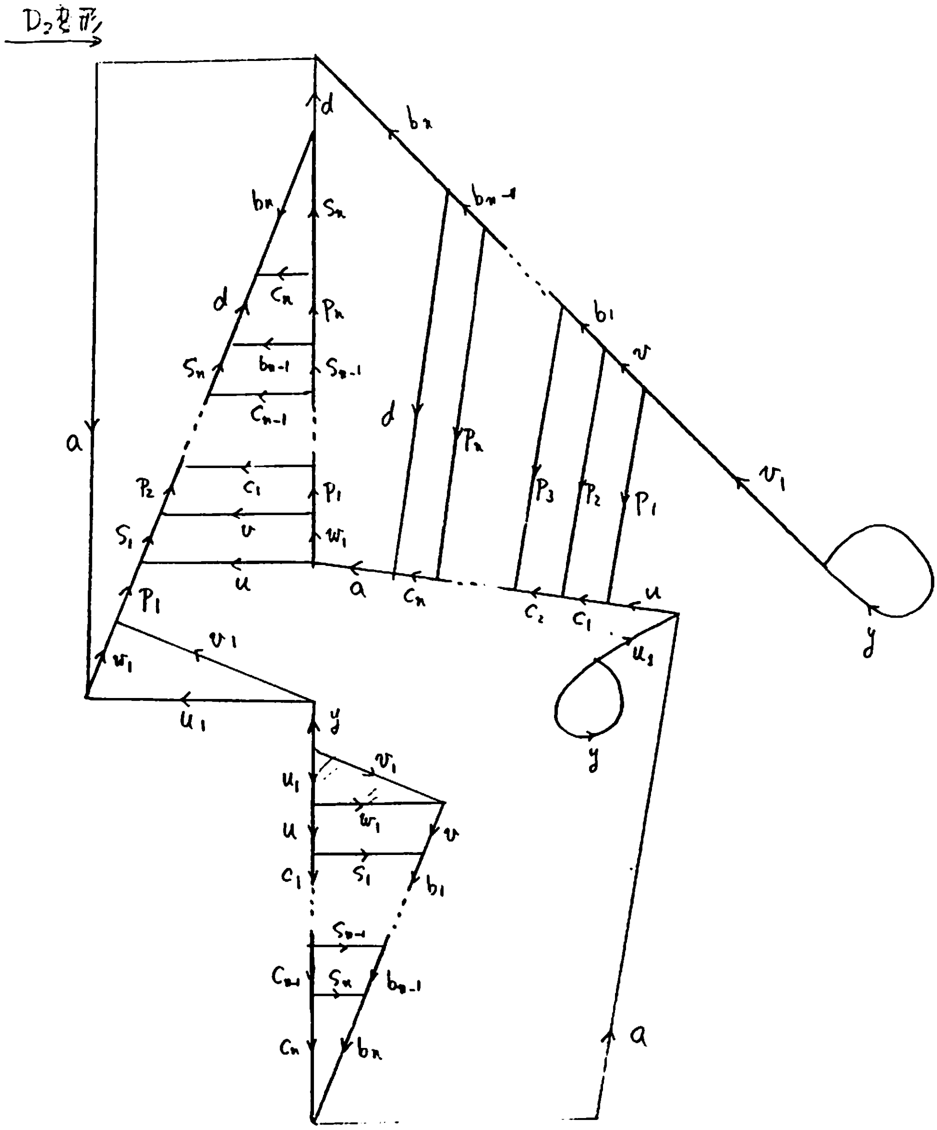
D_{2n+2} 変形 →


l1
l
a
d
bn
d
m
bn
Sn
l1
d
Cn
Pn
cn
bn-1
Pn
c1
P1
v
u
v1
f1
u1
S1
w1
P1
u
f1
m1
v1
k
w1
k1
u
f1
y
k
y
l1
f
f
u1
k
v1
w1
u
S1
v
c1
b1
Sn-1
Cn-1
Sn
bn-1
bn
y
k1
m
Cn
m
l
m1
l1
a
l
f

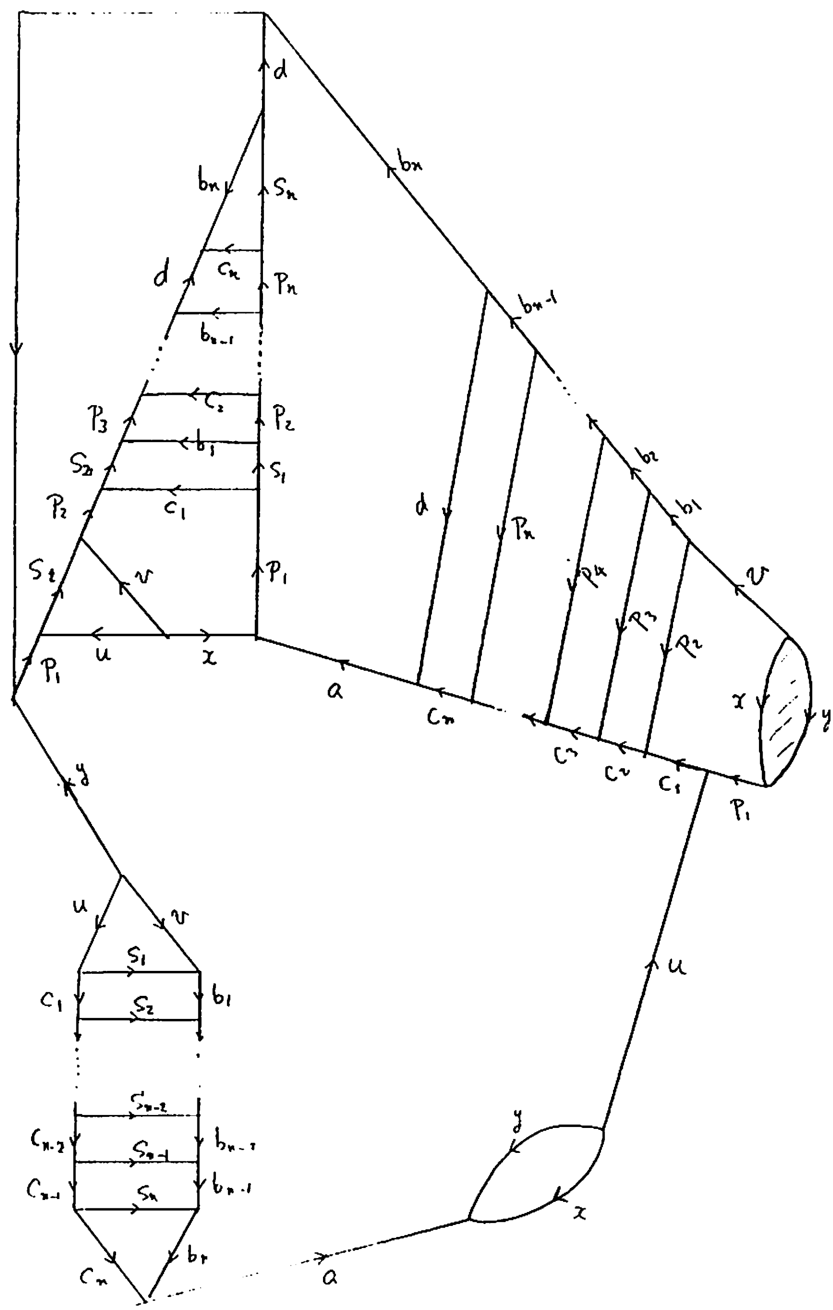
V_2 変形



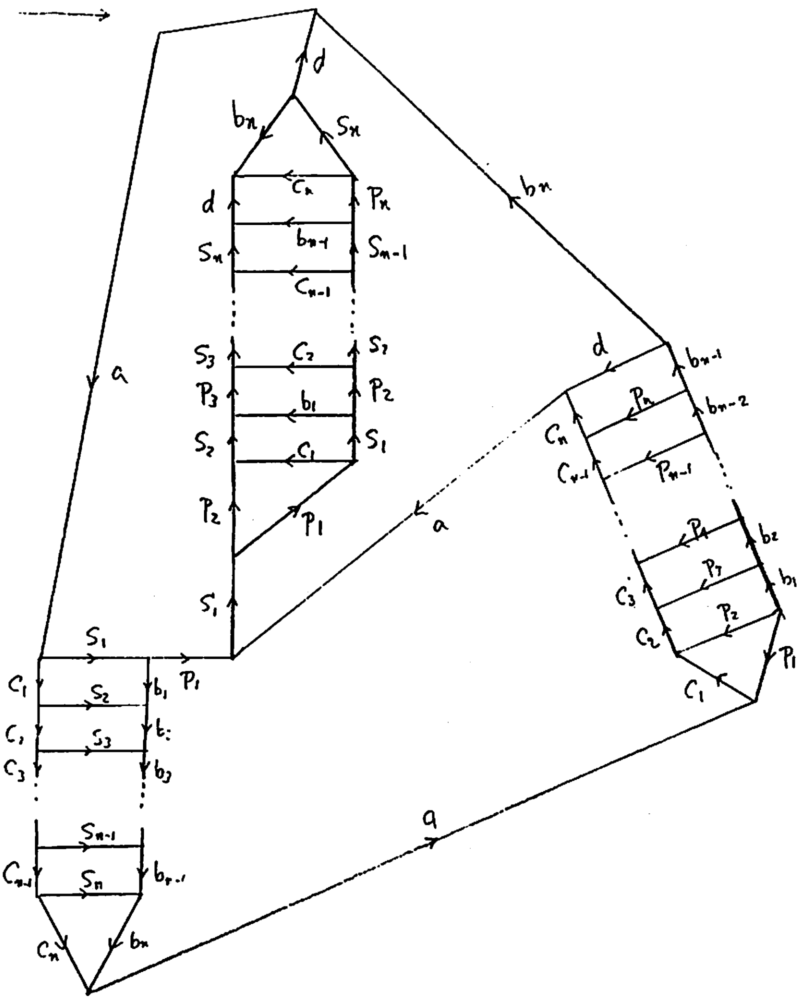
l_1
l
a
d
m
b_n
S_n
l_1
c_n
p_n
m_1
b_{n-1}
s_2
s_1
c_1
p_2
p_1
v
w_1
u
v_1
u_1
y
a
b_n
d
C_n
b_{n-1}
p_n
c_2
p_3
b_1
c_1
p_2
v
p_1
v_1
u
u_1
y
m_1
v_1
w_1
s_1
c_1
s_{n-1}
c_{n-1}
s_n
b_{n-1}
b_n
m
C_n
l
l_1
a

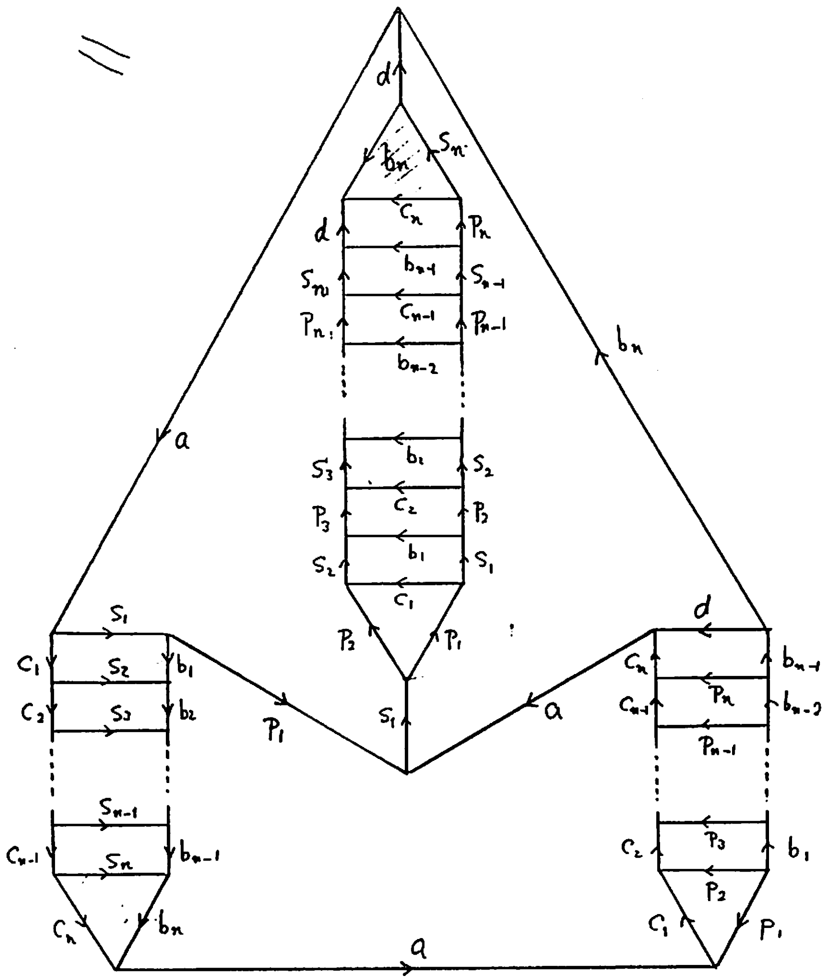

D₂変形
a
d
bn
Sn
Pn
Sn-1
bn-1
Cn
Cn-1
c1
P1
P2
S1
w1
v
u
v1
u1
y
a
b1
P3
p2
u
c2
c1
s1
b1
Sn-1
Cn-1
Sn
bn-1
Cn
bn
a

Dの変形

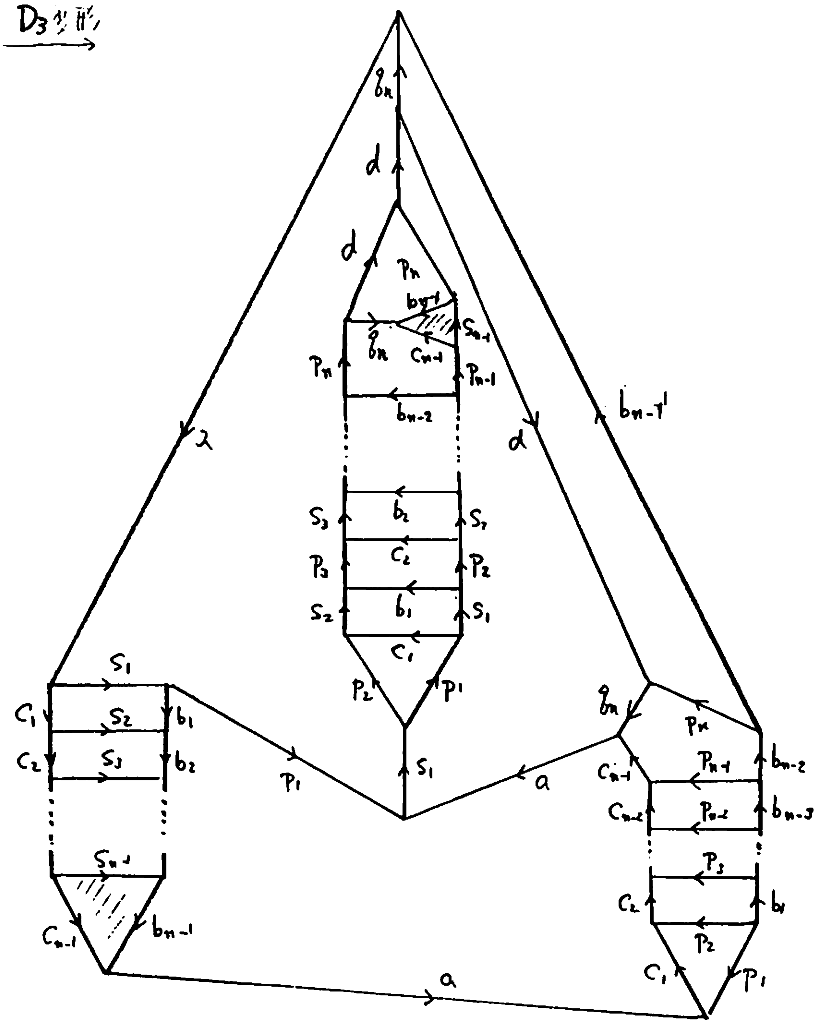

a
d
b_n
S_n
c_n
P_n
b_{n-1}
c_2
P_3
P_2
b_1
S_2
S_1
c_1
S_1
P_1
v
u
x
P_1
a
b_{n-1}
b_2
b_1
d
P_n
P_4
P_3
P_2
v
x
y
c_n
c_3
c_2
c_1
P_1
y
u
v
S_1
c_1
S_2
b_1
S_{n-2}
c_{n-2}
S_{n-1}
b_{n-1}
c_{n-1}
S_n
b_{n-1}
c_n
b_n
a
u
y
x

D_2 変形

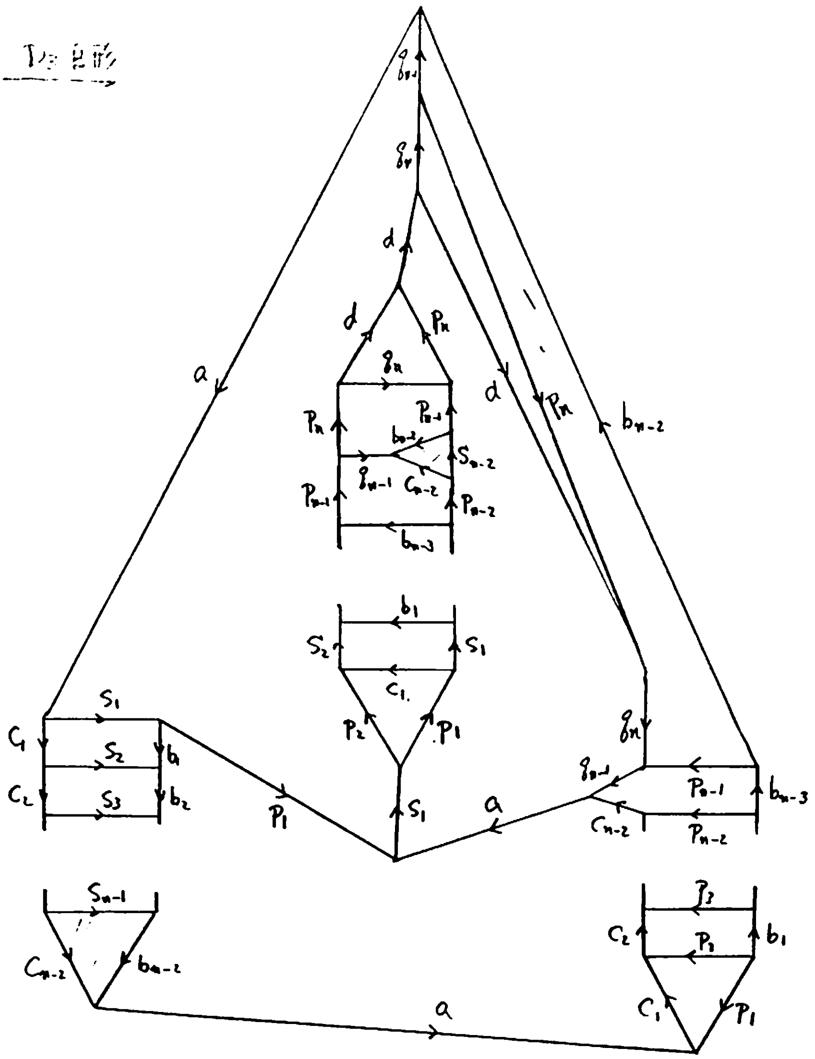

a
d
bn
Sn
Cn
Pn
bn-1
Sn-1
Cn-1
S3
C2
S2
P3
b1
P2
C1
S1
P1
a
d
bn-1
bn-2
Pn-1
b2
b1
C3
C2
C1
P1
a
Cn
bn


d
a
b_n
a
a
d
S_1
P_1

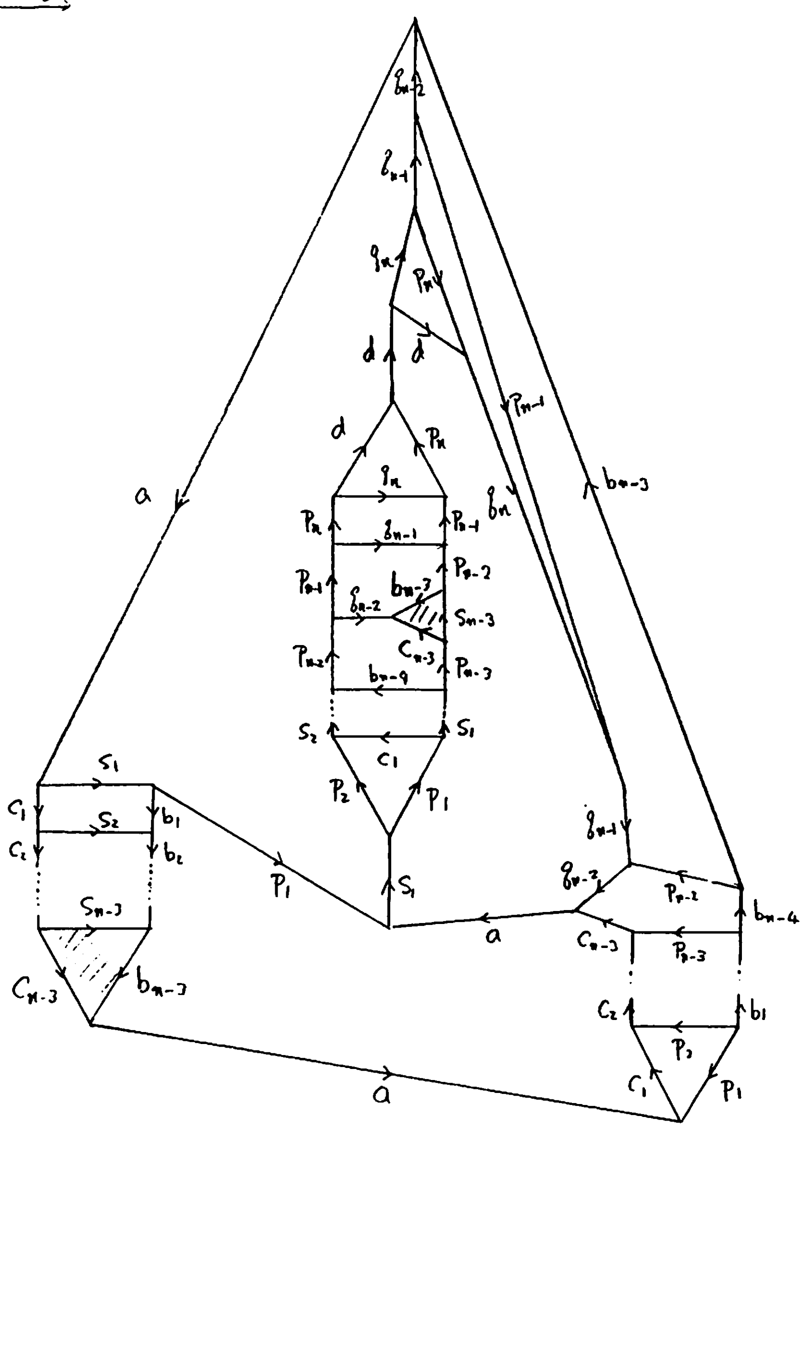
D3変形

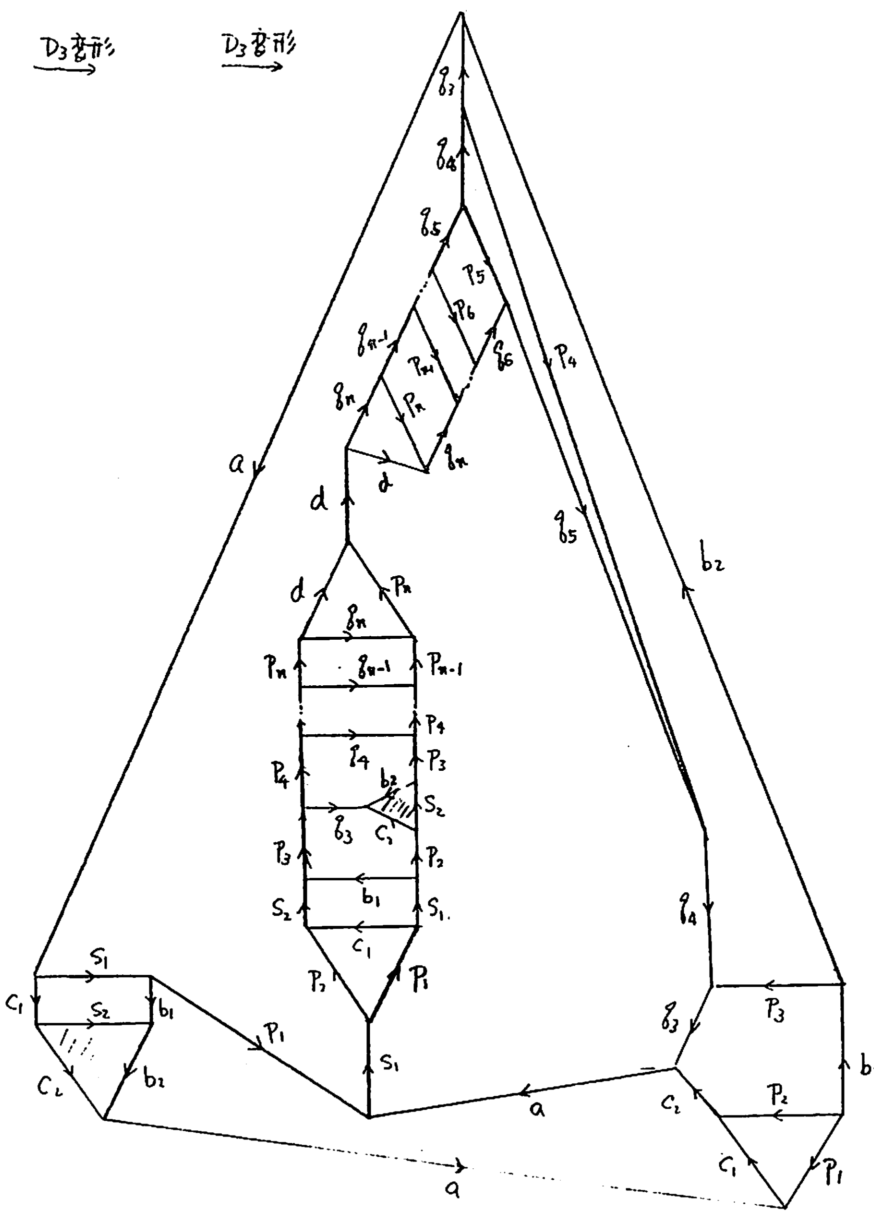


q_n
d
d
p_n
b_{n-1}
s_{n-1}
q_n
c_{n-1}
p_n
p_{n-1}
b_{n-2}
λ
d
b_{n-1}'
s_3
b_2
s_2
p_3
c_2
p_2
s_2
b_1
s_1
c_1
p_2'
p'
s_1
c_1
s_2
b_1
c_2
s_3
b_2
p_1
s_1
a
q_n
p_n
c_{n-1}'
p_{n-1}
b_{n-2}
c_{n-2}
p_{n-2}
b_{n-3}
s_{n-1}
p_3
c_2
b_1
c_{n-1}
b_{n-1}
p_2
c_1
p_1
a

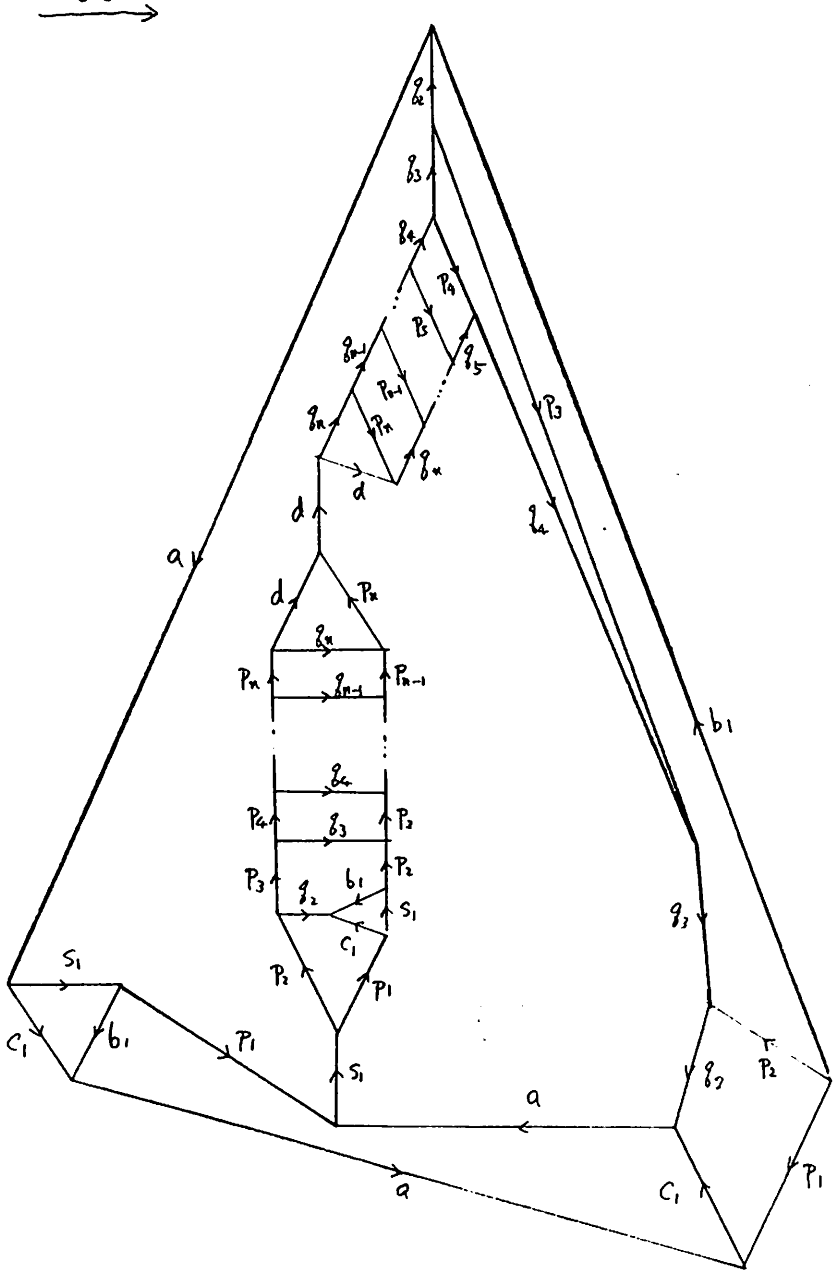

a
d
q_n
p_n
p_{n-1}
b_{n-2}
S_{n-2}
q_{n-1}
C_{n-2}
P_{n-2}
b_{n-3}
b_1
S_2
S_1
C_1
P_2
P_1
S_3
b_2
S_{n-1}
C_{n-2}
b_{n-2}
C_2
P_3

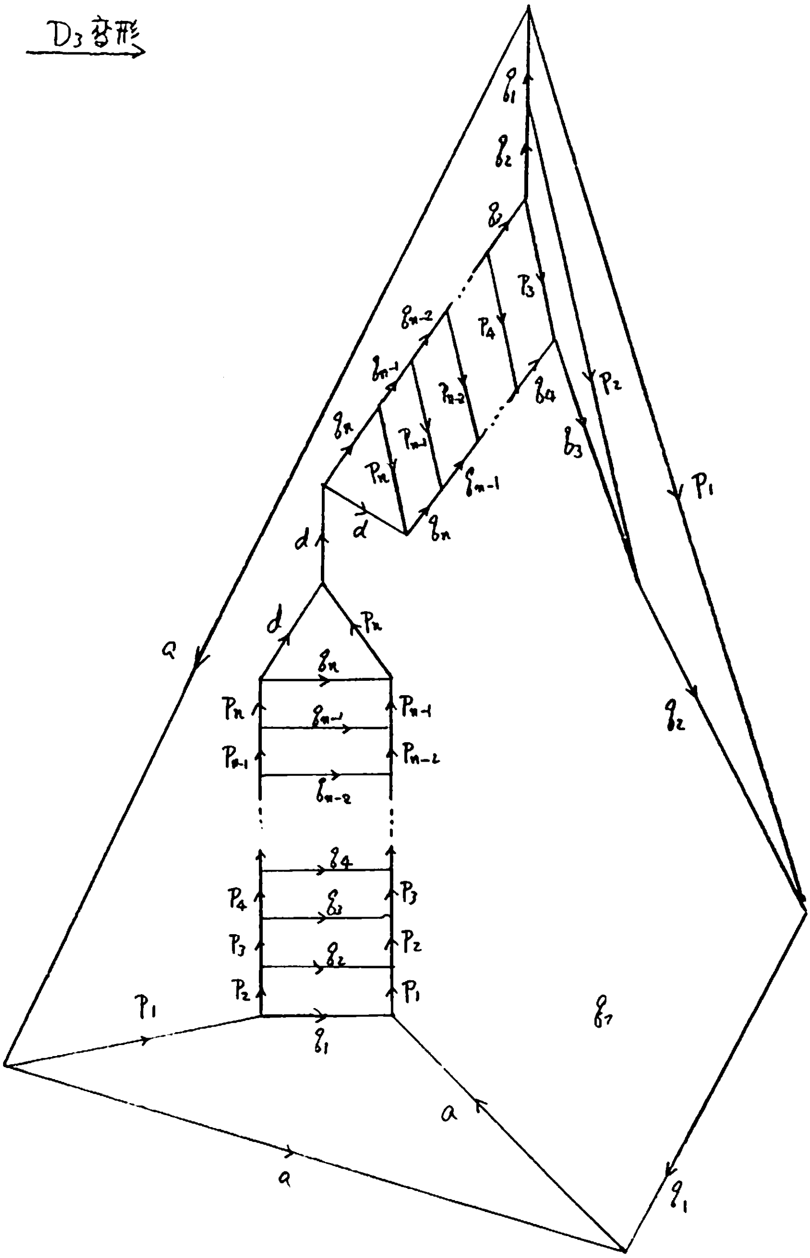
D₃变形 →



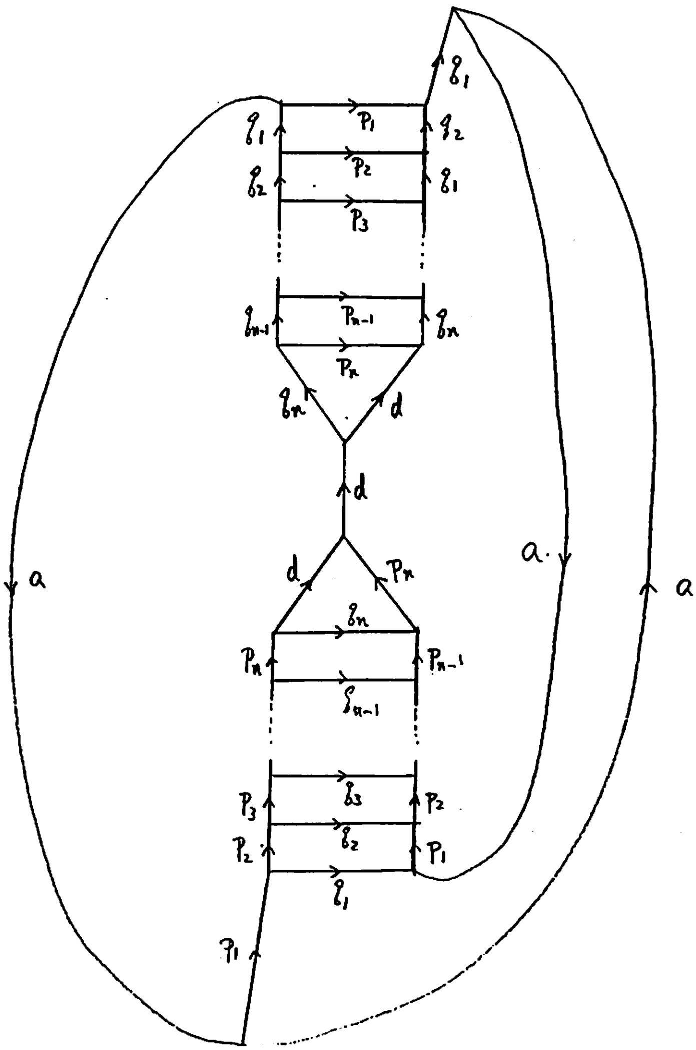

D3变形
D3变形
q3
q4
q5
P5
P6
qn-1
Pn-1
q6
P4
qn
Pn
qn
d
d
a
q5
b2
d
Pn
qn
Pn
qn-1
Pn-1
P4
q4
P3
P4
b2
S2
q3
C1
P3
P2
b1
S2
S1
C1
q4
P1
S1
C1
S2
b1
P1
C2
b2
S1
q3
P3
b1
a
P2
C2
C1
P1
a

D3 变形 →

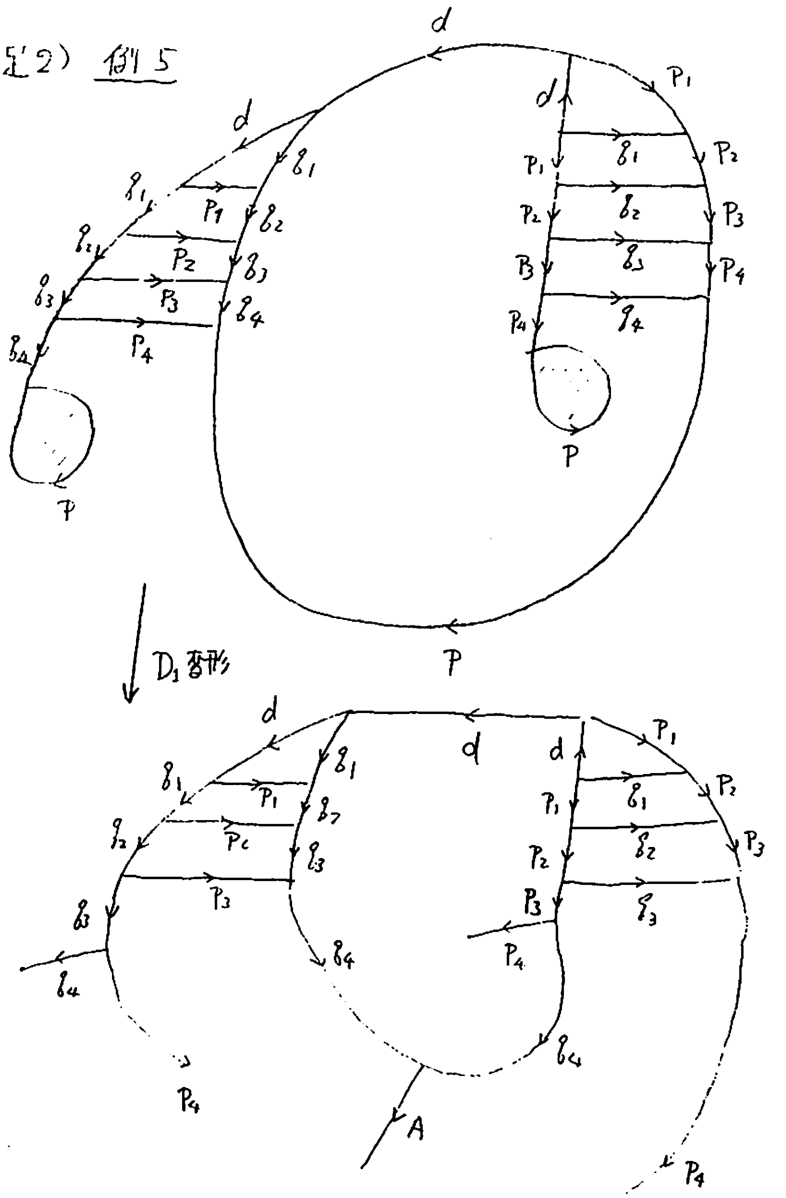


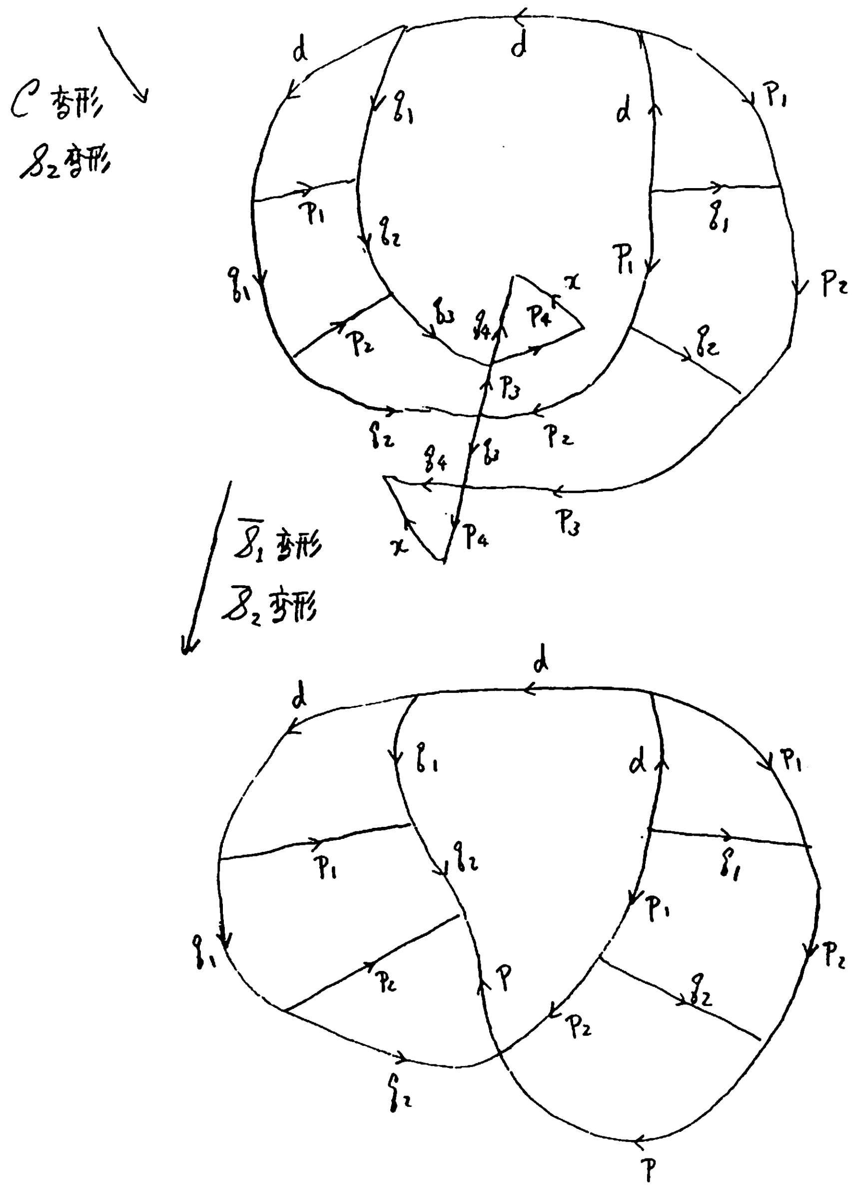

D3変形
a
P1
q1
q2
P2
P3
P4
Pn
Pn-1
d
qn
qn-1
qn-2
q3
q4
b3
q7

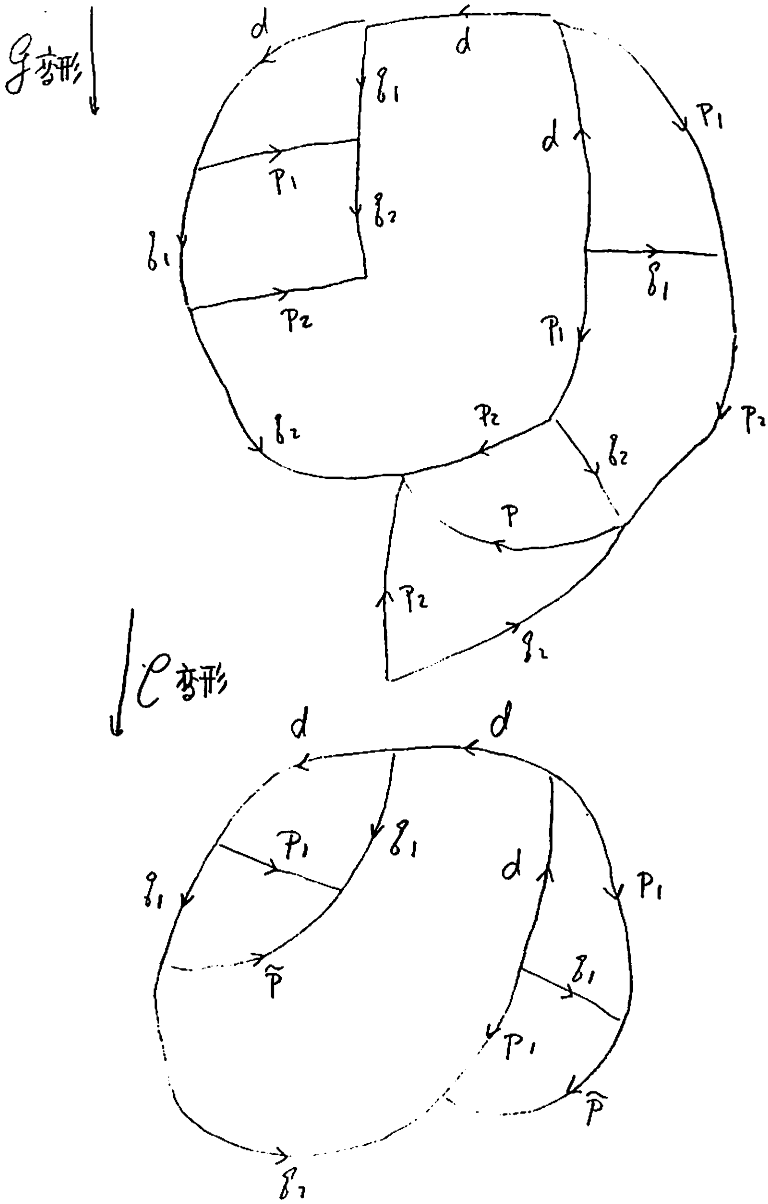
\\ $L(2n+5, 2)$


q1
p1
q2
p2
q1
q2
p3
qn-1
pn-1
qn
pn
qn
d
d
d
pn
a
a.
a
qn
pn
pn-1
qn-1
p3
q3
p2
p2
q2
p1
q1
p1

(補題2) 例5

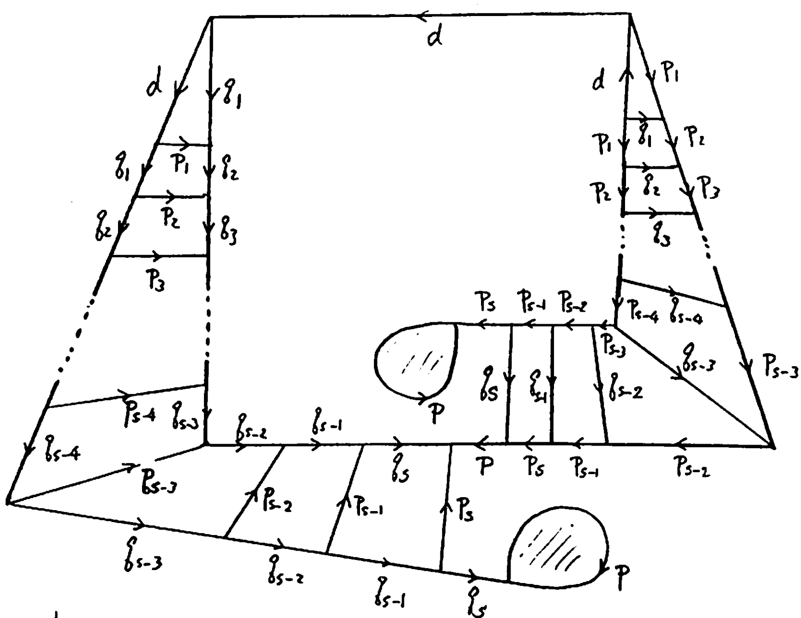



C 变形
δ_2 变形
$\overline{\delta}_1$ 变形
δ_2 变形

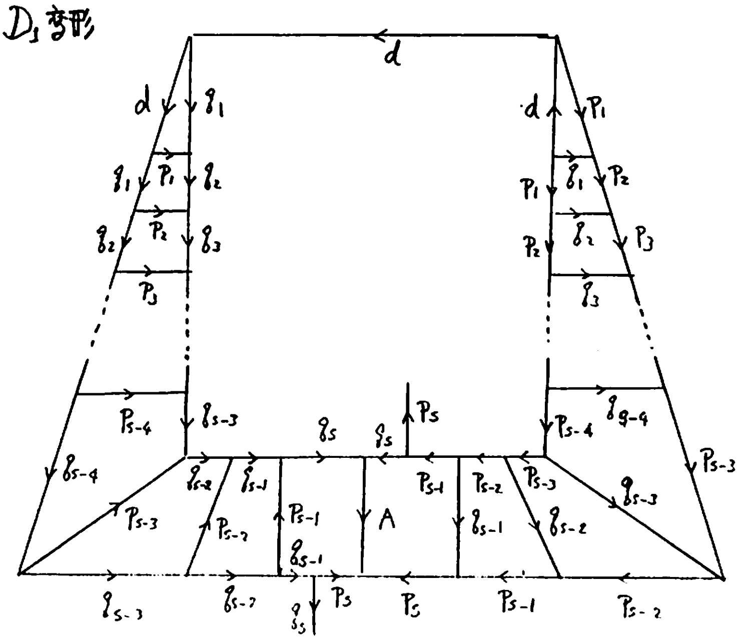


$L_1(5,1)$

(補足3) <u>例6</u> (例5の一般の場合)

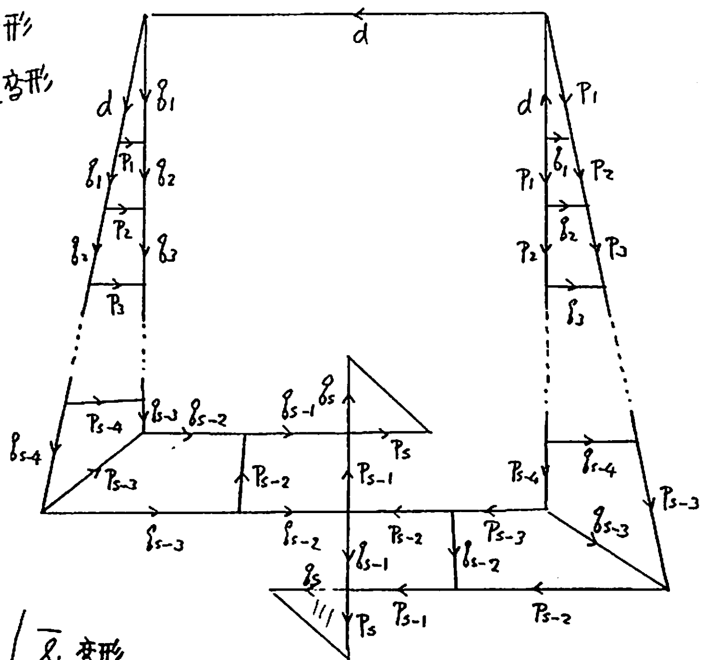


↓ D_1 変形



C 变形

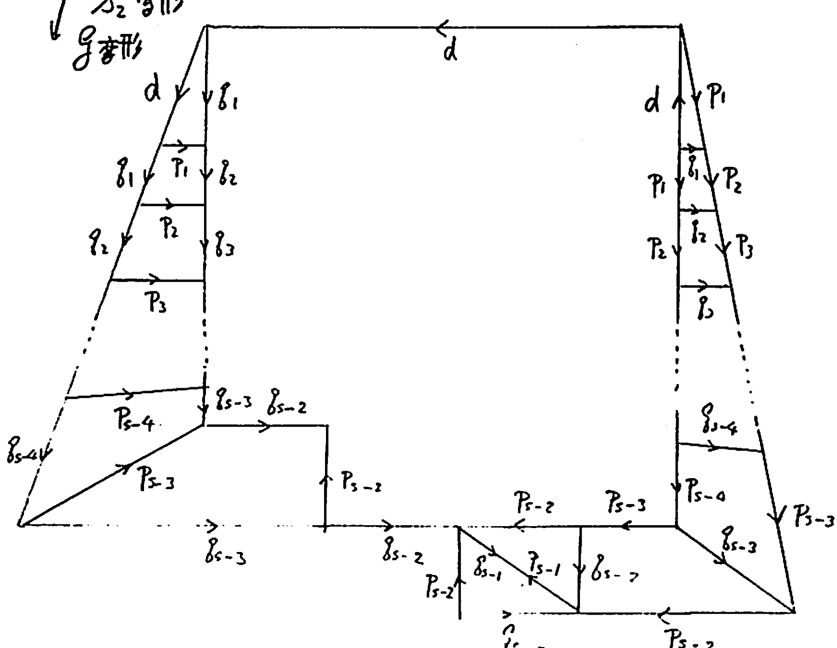
δ_2 变形

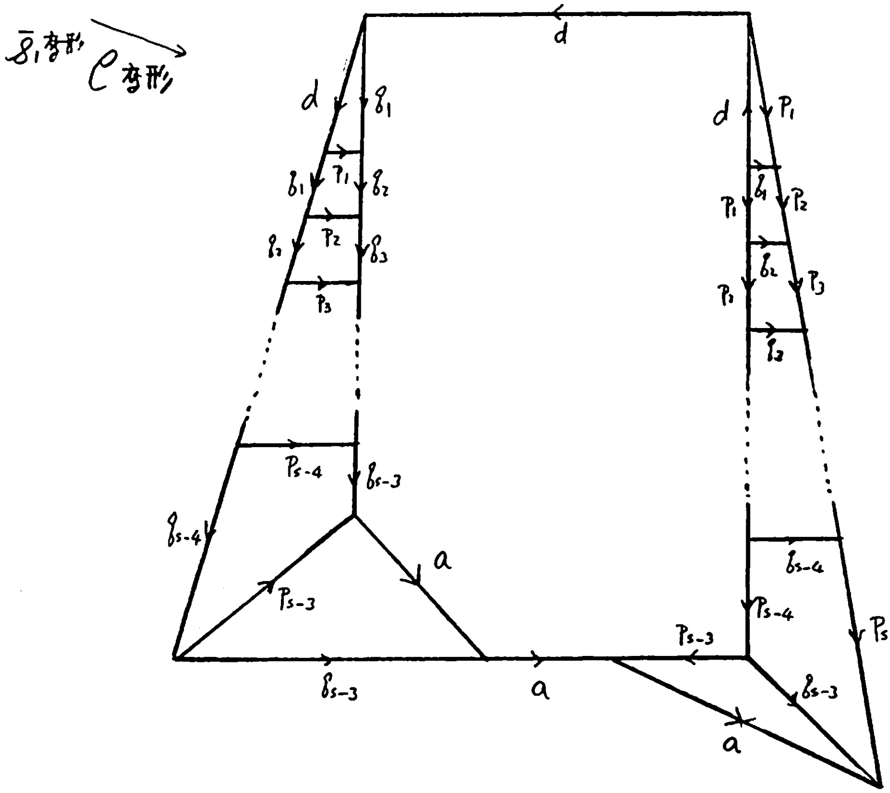


$\overline{\delta}_1$ 变形

$\overline{\delta}_2$ 变形

g 变形





L(s+1, 1)

(注)① 例5,6における D_1, C, δ_2 $\bar{\delta}_2$ δ_1, $\bar{\delta}_1$ 変形は 数理研 講究録 563 「Polygram とその基本変形」(pp.145－168)　「D－変形について」(pp.207－222)

(注)② Lens space の type については「Lens space の DS-diagram について」(p.p.169－206) を参照