

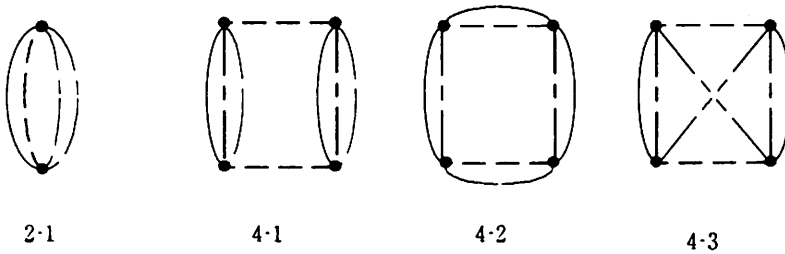
## 4-Graphs (1)

津久井康之(専修大学経営学部)

## 1. 4-graphs

$n$ -regular  $n$ -edge coloured graph を  $n$ -graph とすることにする。良い名前と思わないが、こう使う人が多いようなので従うことにする。connected, simple は仮定しないが、必然的に loop は無い。

任意の4-graphが compact 3-manifold を表現することは "Simple compact 3-manifolds (1)" (箱根セミナー記録96 (1996) 79-89) で述べた通りである。そこでは 6 頂点以下の4-graph を列挙したがこれに不足しているものがあったので (6-3-9#)、今後の例としての引用のためにここに改めて示しておく。また、そこで  $P^3$  と書いたものはすべて  $P^2 \times I$  の間違いである。

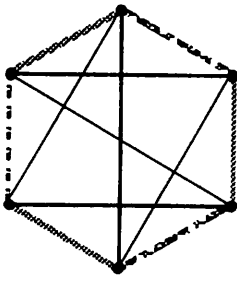


4-1 のように、3本の並行辺がある場合は除去可能な 3-ball の存在を示すので6頂点以上ではこのようなグラフは省略した。また、4-3 のように二色のすべてが並行辺の場合は、曲面と  $I$  の直積の多様体を表現する (4-2も同じ)。この証明も省略する。

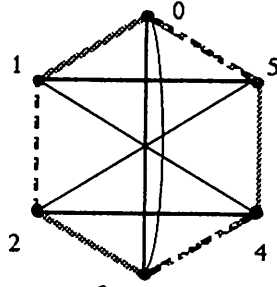
これ以上の頂点数の 4-graph の表をどのように表示して行ったら良いかまだ、まとまった考えは無い。すべてを上げることも必要ないであろう。

simple なものだけにするか、bipartite (manifoldがorientable)に限るか、それともclosed 3-manifold を表現するものに制限するか、いろいろな考え方があ。しかし現在は simple なものにしてもまだ良い構成方法が見つけられていない。

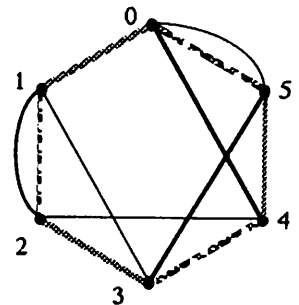
3-graph の構成法は一応あるので、これを使うことが考えられる。そのためには、bipartite simple 3-graph の構成をまず実行することが当面の問題となる。



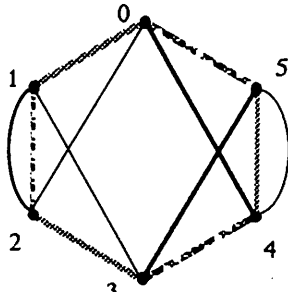
6-0-1



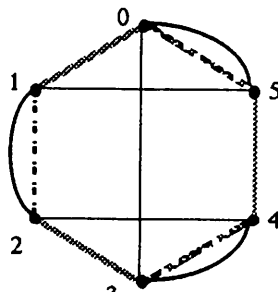
6-1-2



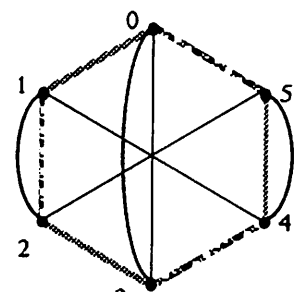
6-2-3#



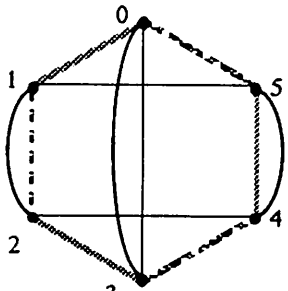
6-2-4#



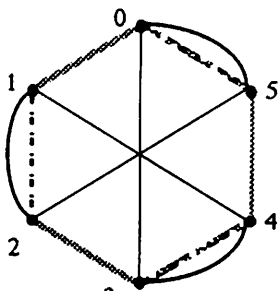
6-3-5#



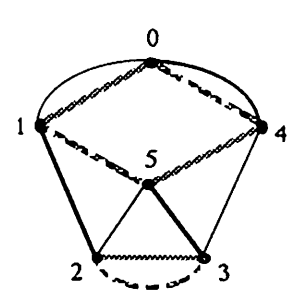
6-3-6



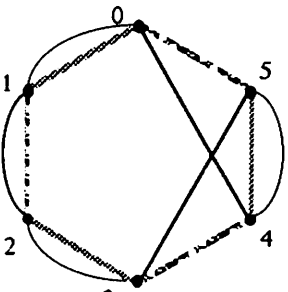
6-3-7



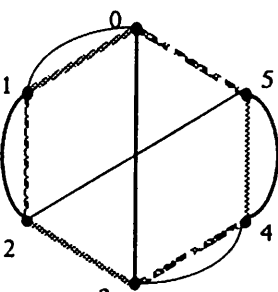
6-3-8



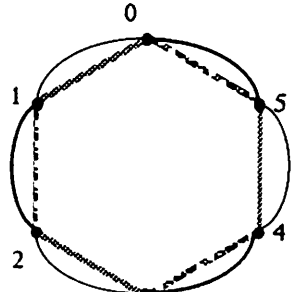
6-3-9#



6-4-10#



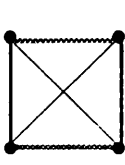
6-4-11#



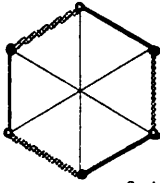
6-6-12#

## 2. 3-graphs

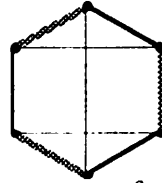
3-graph は閉曲面を表現するが、4-graph と 3-manifold の間の関係を1次元下でチェックするという意味で重要である。そこで、ここでは bipartite に限らず、頂点数10以下の simple 3-graph の表を提示しておく。



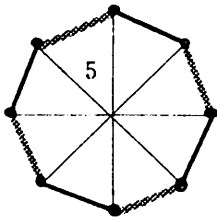
4



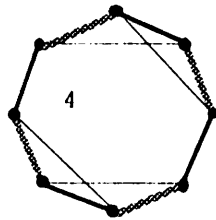
6-A



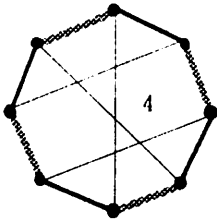
6-(4)



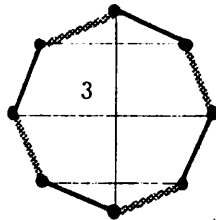
8-A



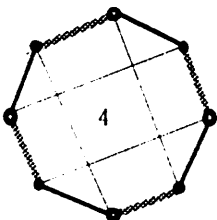
8-E



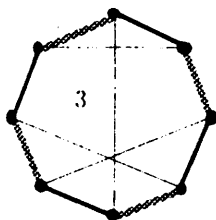
8-B



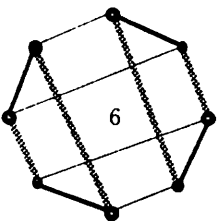
8-(4)



8-C

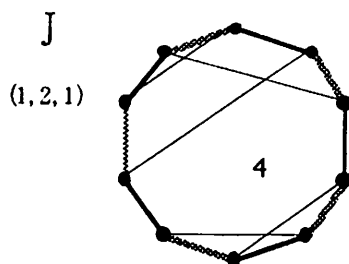
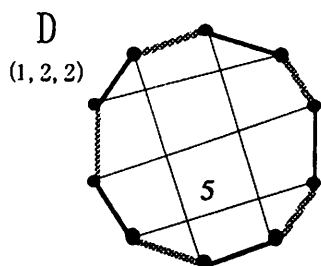
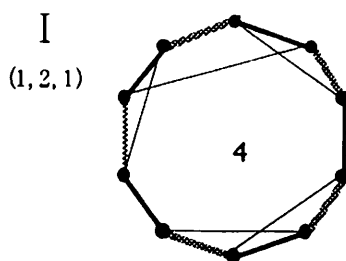
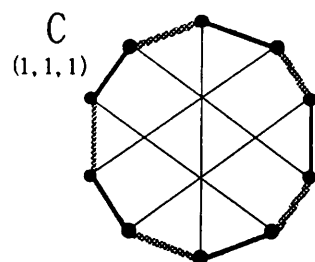
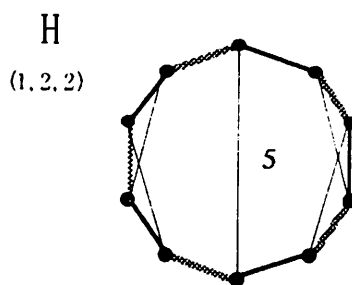
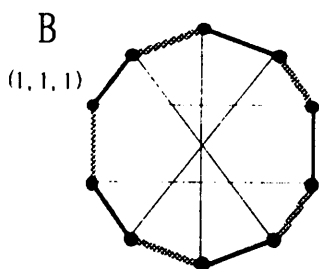
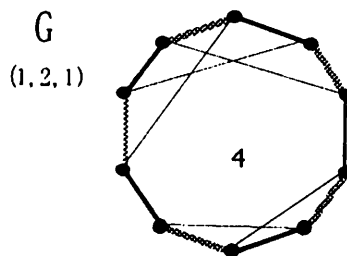
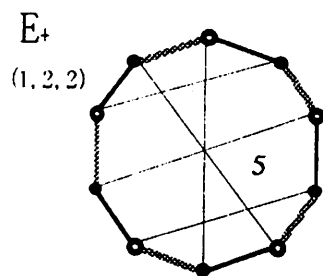
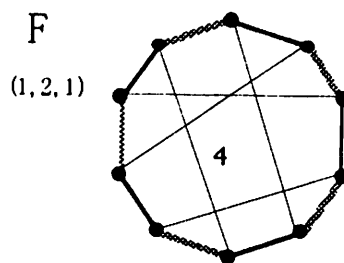
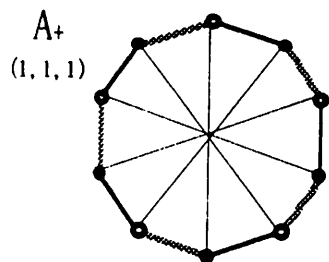


8-(6)

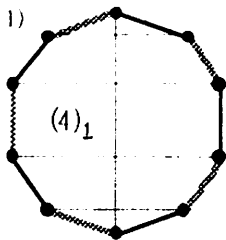


8-D

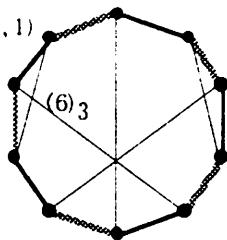
(100)



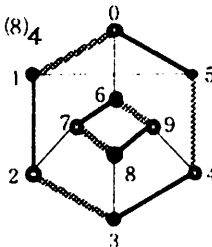
(1, 1, 1)



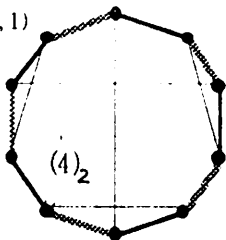
(1, 1, 1)



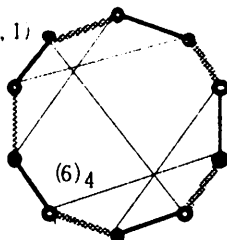
(2, 2, 2) (8)4



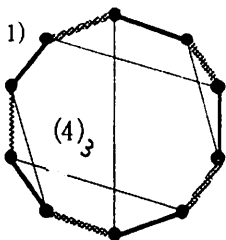
(1, 1, 1)



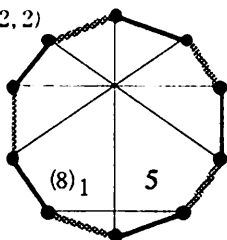
(1, 1, 1)



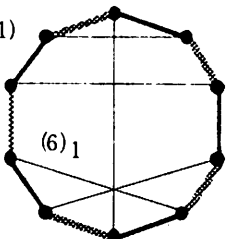
(1, 1, 1)



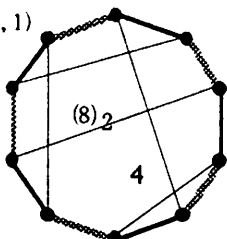
(1, 2, 2)



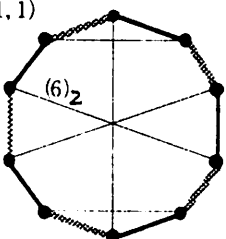
(1, 1, 1)



(1, 2, 1)



(1, 1, 1)



(1, 2, 1)

