

# Free $n$ full twist について

小林一章  
東京女子大学  
小館崇子  
東京女子大学

## 1 はじめに

本稿では結び目の図に対し2種類の  $n$  full twist という操作を導入し、それが Conway 多項式にどのような特長を与えるかという事と、10交差点までの素な結び目達の中に  $n$  full twist を通じてどのような関連が有るかという事を明らかにするものである。

**定義 1** 向きのついた結び目の図の交差点の処に図1のように  $n$  full twist を入れ、それぞれ  $[n]$ ,  $\langle n \rangle$  full twist という。

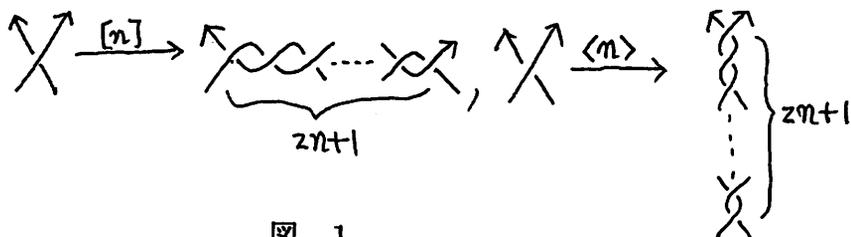


図 1

$n$  full twist を入れるべき交差点が+(正) のとき、+(正) の交差点を  $2n$  個加える。 $n$  full twist を入れるべき交差点が-(負) のときはその diagram の鏡映を取り+(正) にしておく。(これは Conway 多項式の計算を容易にするためであり、本質的なものではない) その操作の結果、どのような結び目が出来、Conway 多項式がどのように変化するかを見る。さらに10交差点以下の素な結び目達に  $[n]$ ,  $\langle n \rangle$  を通じてどのような相関関係が有るか調べる。

$[n]: K \rightarrow K_1$  のとき、 $K_1$  を  $K^{[n]}$  と書き、 $\langle n \rangle: K \rightarrow K_1$  のとき、 $K_1$  を  $K^{(n)}$  と書く。 $K = K^{[0]} = K^{(0)}$  とする。

**Example 1** 以下では最初の *knot* ( $3_1, 4_1$  knot) の一つの交差点に  $[n], \langle n \rangle$  を行うものとする。

$$\langle n \rangle: 3_1 \rightarrow 5_1 \rightarrow 7_1 \rightarrow 9_1 \rightarrow \dots$$

$$[n]: 3_1 \rightarrow 5_2 \rightarrow 7_2 \rightarrow 9_2 \rightarrow \dots$$

$$[n]: 4_1 \rightarrow 6_1 \rightarrow 8_1 \rightarrow 10_1 \rightarrow \dots$$

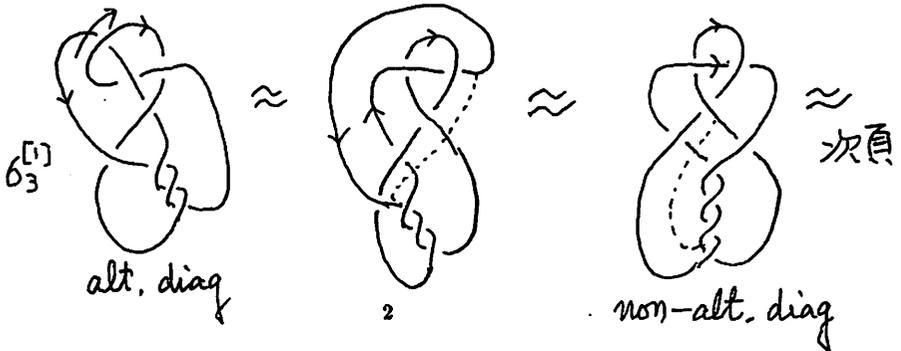
$$\langle n \rangle: 4_1 \rightarrow 6_2 \rightarrow 8_2 \rightarrow 10_2 \rightarrow \dots$$

交差点の多い *knot* では1ヶ所の交差点で  $\langle n \rangle: K \rightarrow K^{(n)}$ ,  $[n]: K \rightarrow K^{[n]}$  を行っても  $n$  full twist を行う交差点が違えば  $K^{(n)}$ ,  $K^{[n]}$  は一意に決まらない。 $K$  のある交差点で *smoothing* して出来る2成分 *link* が交差点により異なる時は  $K^{[n]}$ ,  $K^{(n)}$  は異なってくる。

**Example 2**  $6_3$ -*knot* は2つの異なる  $6_3^{(1)}$  を持つ。一方は  $8_7$ , 他方は  $8_{10}$ .  $8_7$  を作る交差点で  $6_3$  を *smoothing* すると出来る2成分 *link* の *linking number* は0,  $8_{10}$  を作る交差点で  $6_3$  を *smoothing* すると出来る2成分 *link* の *linking number* は  $\pm 1$  である。

命題 1 交互結び目の交互図において  $k$  辺形の個数を  $R_k$  とすると  $\{R_k\}$  は *knot type invariant* では無い。

**Example 3**  $6_1^{[1]} \approx 8_{13}$  であり、 $6_1^{[1]}$  の図では  $R_2 = 3, R_3 = 3, R_4 = 3, R_5 = 1$ ,  $8_{13}$  の図 ([2]) では  $R_2 = 3, R_3 = 4, R_4 = 2, R_5 = 0, R_6 = 1$



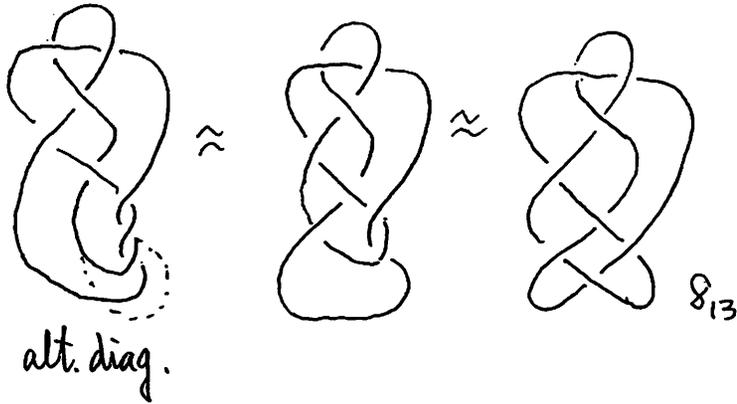


図 2

定理 1 knot  $K$  のある交差点で  $[n]$  full twist を行い  $K^{[n]}$  を作り、その交差点で *smoothing* を行って出来る 2 成分 link を  $K_0$  とおく。それらの Conway 多項式を各々

$$\nabla_K(z) = 1 + a_1 z^2 + a_2 z^4 + \cdots + a_m z^{2m},$$

$$\nabla_{K_0}(z) = z(b_1 + b_2 z^2 + \cdots + b_m z^{2m-2}) \text{ とすると}$$

$$\nabla_{K^{[n]}}(z) = 1 + (b_1 n + a_1) z^2 + \cdots + (b_m n + a_m) z^{2m} \quad (n \geq 0) \text{ と書ける。}$$

証明。  $K^{[n]} = K_{2n+1}$  ( $n \geq 0$ ) とおき、  $[n]$  を行うべき交差点で *smoothing* した 2 成分 link を  $K_{2n}$  とおくと  $[n]$  の特長から  $K_{2n} \approx K_0$  また  $\nabla_{K^{[n]}}(z) = \nabla_{K^{[n-1]}}(z) + z \nabla_{K_{2n}}(z) = \nabla_{K^{[n-1]}}(z) + z \nabla_{K_0}(z) = \nabla_{K^{[n]}(z) + z \cdot n \nabla_{K_0}(z)$  両辺の  $z^{2k}$  ( $k \geq 0$ ) の係数比較から結果が出る。

**Example 4**  $\nabla_{3_1}^{[n]} = 1 + (n+1)z^2 \quad (n \geq 0)$

$$\nabla_{4_1}^{[n]} = 1 - (n+1)z^2 \quad (n \geq 0)$$

$\nabla_{K_0}(z)$  と  $\nabla_K(z)$  が与えられたとき、  $\nabla_{K^{[n]}}(z)$  を求める方法。  
 $K_1 = K$  とする。  $K_{2n}$  は knot  $K_{2n+1}$  を *smoothing* した 2 成分 link

とする。 ( $n \geq 0$ )

従って  $K = K^{[0]} = K_1, K_{2n+1} = K^{[n]}$  ( $n \geq 0$ ) である。  $\nabla_{K_0}(z)$  と  $\nabla_{K_1}(z)$  の係数を定数項、 $z, z^2, \dots, z^m$  と順に並べる。ここで  $\nabla_{K_{2n}}(z) = \nabla_{K_0}(z)$  である。

「 $\nabla_{K_{2n+1}}(z)$  の  $z^{2k}$  の係数 =  $\nabla_{K_0}(z)$  の  $z^{2k-1}$  の係数 +  $\nabla_{K_{2n-1}}(z)$  の  $z^{2k}$  の係数」とする。(ただし、常に  $\nabla_{K_{2k+1}}(z)$  の定数項は1である。)

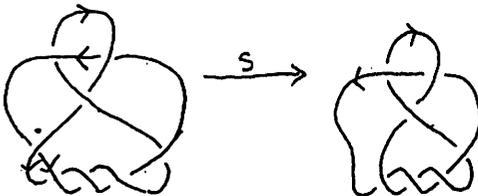
**Example 5**  $3_1$ -knot,

$$\begin{aligned} K_0 &= H_1^+ && 0 & 1 & 0 \\ K_1 &= 3_1 && 1 & 0 & 1 \\ K_2 &= K_0 && 0 & 1 & 0 \\ K_3 &= 3_1^{[1]} && 1 & 0 & 2 \\ K_4 &= K_0 && 0 & 1 & 0 \\ K_5 &= 3_1^{[2]} && 1 & 0 & 3 \end{aligned}$$

$4_1$ -knot

$$\begin{aligned} K_0 &= H_1^- && 0 & -1 & 0 \\ K_1 &= 4_1 && 1 & 0 & -1 \\ K_2 &= K_0 && 0 & -1 & 0 \\ K_3 &= 4_1^{[1]} && 1 & 0 & -2 \\ K_4 &= K_0 && 0 & -1 & 0 \\ K_5 &= 4_1^{[2]} && 1 & 0 & -3 \end{aligned}$$

$8_2$ -knot



$$\begin{aligned} K_0 & && 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ K_1 &= 8_2 && 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & -1 \\ K_2 &= K_0 && 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ K_3 &= 8_2^{[1]} && 1 & 0 & 1 & 0 & -5 & 0 & -2 \\ K_3 &= 8_2^{[1]} &= & 1 & 0 & 2 & 1 \end{aligned}$$

**定理 2** knot  $K$  の Conway 多項式の次数が  $2m$  なら  $K^{<n>}$  の Conway 多項式の次数は  $2m + 2n$  ( $n \geq 0$ ) である。また  $K$  と  $K^{<n>}$  の最高次の係数は同じであり、 $K^{<n>}$  の係数の和はリュカタイプ数  $l_n$  になっている。ここでリュカタイプ数  $l_n$  とは  $l_1, l_2$  は任意で  $l_n$  ( $n \geq 3$ ) が漸化式  $l_n = l_{n-1} + l_{n-2}$  により求まるものとする。

**証明。**  $K^{(n)} = K_{2n+1}$  ( $n \geq 0$ ) とおき、 $\langle n \rangle$  を行うべき交差点で *smoothing* した 2成分 link を  $K_{2n}$  とおくと  $\nabla_{K^{(n)}}(z) = \nabla_{K^{(n-1)}}(z) +$

$z\nabla_{K_{2n}}(z)$  上の2つの式から  $\nabla_{K^{(n)}}(z)$  の最高次の係数は  $\nabla_K(z)$  の最高次の係数に一致し、 $\deg \nabla_{K^{(n)}}(z) = \deg \nabla_{K^{(n-1)}}(z) + 2$  という事がわかる。

**Example 6**  $\nabla_{3_1}(z) = \nabla_{3_1^{(0)}}(z) = 1 + z^2$

$$\nabla_{3_1^{(1)}}(z) = \nabla_{5_1}(z) = 1 + 3z^2 + z^4$$

$$\nabla_{3_1^{(2)}}(z) = \nabla_{7_1}(z) = 1 + 6z^2 + 5z^4 + z^6$$

$$\nabla_{4_1}(z) = \nabla_{4_1^{(0)}}(z) = 1 - z^2$$

$$\nabla_{4_1^{(1)}}(z) = \nabla_{6_2}(z) = 1 - z^2 - z^4$$

$$\nabla_{4_1^{(2)}}(z) = \nabla_{8_2}(z) = 1 - 3z^4 - z^6$$

与えられた knot  $K_1 = K$  と  $\langle n \rangle$  を行う交差点を *smoothing* して出来る2成分 link  $K_0$  の Conway 多項式  $\nabla_{K_1}(z)$ ,  $\nabla_{K_0}(z)$  から  $\nabla_{K^{(n)}}(z)$  を求める方法。

$K = K_1 = K^{(0)}$  とし、 $K$  を当該交差点で *smoothing* した2成分 link を  $K_0$  とする。 $K^{(n)} = K_{2n+1}$  とし、 $K^{(n)}$  の当該交差点を *smoothing* したものを  $K_{2n}$  とする。 $\nabla_{K_0}(z)$  と  $\nabla_{K_1}(z)$  の係数を定数項、 $z, z^2, \dots, z^m$  と順に並べる。

「 $\nabla_{K_{2n}}$  の定数項は0,  $z^{2k+1}$  の係数は  $\nabla_{K_{2n-2}}$  の  $z^{2k+1}$  の係数 +  $\nabla_{K_{2n-1}}$  の  $z^{2k}$  の係数 ( $0 \leq k \leq \nabla_{K_{2n-1}}$  の最高次数 - 1) で  $\nabla_{K_{2n}}$  の最高次数の係数は  $\nabla_{K_1}$  の最高次数の係数と同じ。」

「 $\nabla_{K_{2n+1}}$  ( $n \geq 2$ ) の定数項は1,  $z^{2k}$  の係数は  $\nabla_{K_{2n-1}}$  の  $z^{2k}$  の係数 +  $\nabla_{K_{2n}}$  の  $z^{2k-1}$  の係数 ( $0 \leq k \leq \nabla_{K_{2n}}$  の最高次数 - 1) で  $\nabla_{K_{2n+1}}$  の最高次数の係数は  $\nabla_{K_1}$  の最高次数の係数と同じ。」

注。 $\nabla_{K^{(n)}}$  の最高次数の係数は  $\nabla_K = \nabla_{K^{(0)}}$  の最高次数の係数と一致するが、 $K$  を *smoothing* した2成分 link の  $K_0(z)$  の最高次の係数とは一致しないことがある。 $3_1, 4_1, 5_1$  では  $K_0(z)$  の最高次の係数と一致するが  $5_2, 6_1, 8_2$  などでは一致しない。

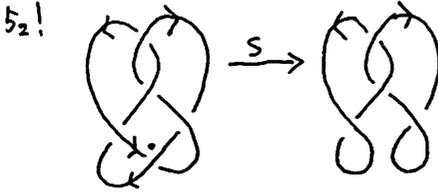
**Example 7**  $3_1$

$4_1$

$$\begin{aligned}
 K_0 &= H_1^+ && 0 & 1 \\
 K_1 &= 3_1 && 1 & 0 & 1 \\
 K_2 &&& 0 & 2 & 0 & 1 \\
 K_3 &= 3_1^{(1)} && 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\
 K_4 &&& 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 1 \\
 K_5 &= 3_1^{(2)} && 1 & 0 & 6 & 0 & 5 & 0 & 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_0 &= H_1^- && 0 & -1 \\
 K_1 &= 4_1 && 1 & 0 & -1 \\
 K_2 &&& 0 & 0 & 0 & -1 \\
 K_3 &= 4_1^{(1)} && 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
 K_4 &&& 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\
 K_5 &= 4_1^{(2)} && 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & -1
 \end{aligned}$$

**Example 8 5<sub>2</sub>**



$$\begin{aligned}
 K_0 &= H_1^+ && 0 & 1 \\
 K_1 &= 5_2 && 1 & 0 & 2 \\
 K_2 &&& 0 & 2 & 0 & 2 \\
 K_3 &= 5_2^{(1)} && 1 & 0 & 4 & 0 & 2 \\
 K_4 &&& 0 & 3 & 0 & 6 & 0 & 2 \\
 K_5 &= 5_2^{(2)} && 1 & 0 & 7 & 0 & 8 & 0 & 2
 \end{aligned}$$

この場合 5<sub>2</sub><sup>(2)</sup> = 9<sub>6</sub>

**n full twist に関する generator**

定義 2 knot  $K$  に対し  $[1]: K_0 \rightarrow K$ ,  $\langle 1 \rangle K_0 \rightarrow K$  となる knot  $K_0$  がない knot  $K$  を  $n$  full twist  $[n], \langle n \rangle$  に関する generator という。

命題 2 knot  $K$  が generator である必要十分条件は  $K$  の全ての diagram で隣接 2 辺形を持たない。更にそれは次の 2 つの場合に分かれる。

- (1) 非隣接 2 辺形を持つ  $K$  の diagram がある。
- (2)  $K$  の任意の diagram が 2 辺形を持たない。

命題 3 generator は無限個ある。(無限生成である。)

証明。下図と命題 2 より明らか。

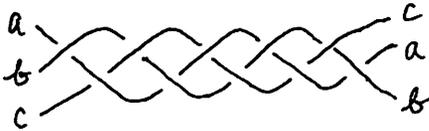


図 3

問。各  $n$  ( $n \geq 6$ ) で  $n$  交差点の generator が作れるか？

定義 3 上記 (1) において、或る 2 辺形で 2-move (図 3) を行ったとき、丁度 2 交差点のみが減る時、 $p$ -generator (proper) といひ、どんな 2 辺形で 2-move を行っても交差点が 3 個以上減る時  $w$ -generator (weak) という。また  $K$  の任意の diagram で 2 辺形を持たないとき、 $s$ -generator (strong) という事にする。

注。  $3_1$  knot は generator ではない。  $4_1$  knot は  $w$ -generator である。

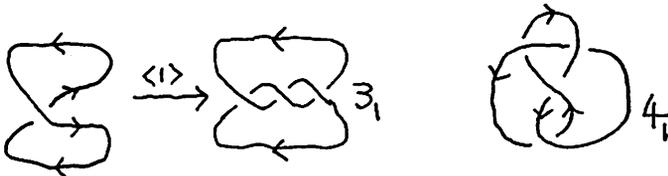


図 4

命題 4 10 交差点までの素な交互結び目には 67 個の generator があり、その内  $w$ -generator,  $p$ -generator,  $s$ -generator が各々 12 個、52 個、3 個ある。

交互結び目での generator のリスト

$4_1 w, 6_3 w, 7_6 p, 7_7 w, 8_{12} p, 8_{14} p, 8_{15} p, 8_{16} p, 8_{17} p, 8_{18} s, 9_{23} p,$

9<sub>25</sub> p, 9<sub>27</sub> p, 9<sub>28</sub> w, 9<sub>29</sub> p, 9<sub>30</sub> p, 9<sub>31</sub> w, 9<sub>32</sub> p, 9<sub>33</sub> p, 9<sub>34</sub> p, 9<sub>38</sub> p,  
 9<sub>39</sub> p, 9<sub>40</sub> s, 9<sub>41</sub> p, p, 10<sub>26</sub> p, 10<sub>40</sub> p, 10<sub>41</sub> p, 10<sub>42</sub> p, 10<sub>43</sub> p, 10<sub>44</sub> p, 10<sub>45</sub> w,  
 10<sub>57</sub> p, 10<sub>58</sub> p, 10<sub>59</sub> p, 10<sub>60</sub> p, 10<sub>69</sub> w, 10<sub>71</sub> w, 10<sub>73</sub> p, 10<sub>74</sub> w, 10<sub>78</sub> p,  
 10<sub>81</sub> p, 10<sub>84</sub> p, 10<sub>86</sub> p, 10<sub>87</sub> p, 10<sub>88</sub> w, 10<sub>89</sub> w, 10<sub>92</sub> p, 10<sub>95</sub> p, 10<sub>96</sub> p  
 10<sub>97</sub> p, 10<sub>98</sub> p, 10<sub>99</sub> p, 10<sub>101</sub> p, 10<sub>105</sub> p, 10<sub>107</sub> p, 10<sub>109</sub> p, 10<sub>110</sub> p,  
 10<sub>111</sub> p, 10<sub>113</sub> w, 10<sub>115</sub> p, 10<sub>116</sub> p, 10<sub>117</sub> p, 10<sub>118</sub> p, 10<sub>119</sub> p, 10<sub>120</sub> p,  
 10<sub>121</sub> p, 10<sub>122</sub> p, 10<sub>123</sub> s

(1), [1] は交差点が有る所での操作なので  $\langle 1 \rangle^{-1}$ ,  $[1]^{-1}$  はその操作の結果、1つ以上の交差点が残る場合に行う。これを拡張して、そこでの操作の結果、交差点が無くなる場合も考える事にし、それを  $\overline{\langle 1 \rangle}^{-1}$ ,  $\overline{[1]}^{-1}$  とする。従って  $\overline{\langle 1 \rangle}^{-1}$ ,  $\overline{[1]}^{-1}$  の結果はそこでの交差点は無くなっている。これらは 2-move である。

p-generator について

p-generator では非隣接 2 辺形があり、そこで 2-move を行っても交差点が 2 個しか減らない 2 辺形がある。そのような 2 辺形で 2-move を行う。

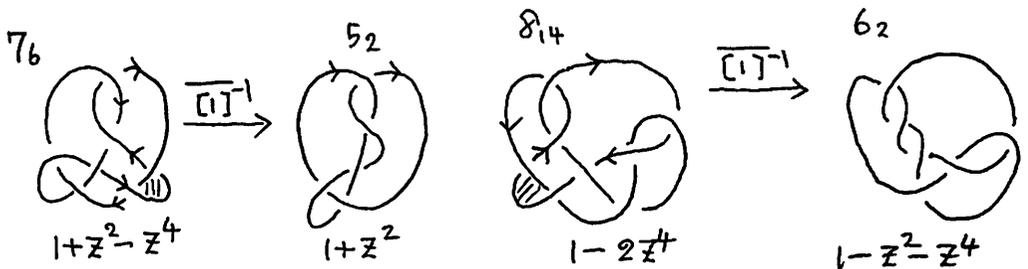


図 5。

命題 5 (p-generator でのまとめ)

- (1)  $\overline{[1]}^{-1}$  ではべき乗が 2 下がるときと不変の時がある。
- (2)  $\overline{\langle 1 \rangle}^{-1}$  ではべき乗が 2 だけ下がる。

w-generator について

$w$ -generator ではどの非隣接 2 辺形で 2-move を行っても交差点が 3 個以上減る。(up to R-moves)

命題 6 ( $w$ -generator でのまとめ)  $\overline{(1)^{-1}}$  でも  $\overline{[1]^{-1}}$  でも  $z$  の冪が 2 以上下がる。

$s$ -generator について

$s$ -generator の diagram では 2 辺形が無い。その時は必ず 3 辺形がある [1. 命題 1]。その 3 角形の一つの交差点で交差点の上下を反対にし、その結果再び交互結び目 (up to R-move) になるようにする。(3 角形の 1 つの交差点で上下を反対にすると交互結び目にならない時もある。8<sub>18</sub> では必ず結果が交互結び目になる。)

注。ある交差点の上下を反対にする操作は 2-move と同値である (図 6)。

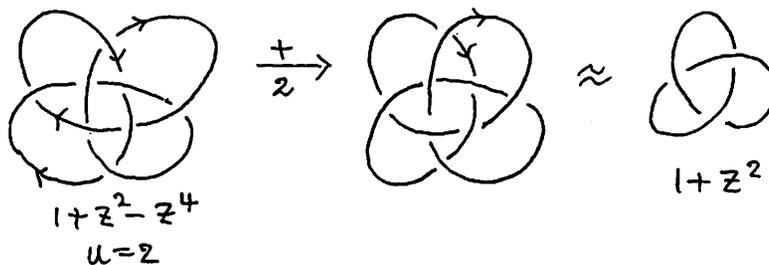


図 6。

命題 7 ( $s$ -generator でのまとめ)

上記の演算で  $\overline{[1]^{-1}}$  でも  $\overline{(1)^{-1}}$  でも  $z$  のべきが大幅にさがる。

予想 1  $s$ -generator の unknotting number  $u$  は 2 以上か?

注。10 交差点以下の  $s$ -generator 8<sub>17</sub>, 9<sub>40</sub>, 10<sub>123</sub> では、すべて  $u=2$  である。

Alternating diagram の s-type について

この section では対象とする knot は *alternating knot* であり、特に断らない限り *diagram* は *irreducible alternating diagram* とする。

*oriented diagram* の交差点で *smoothing* を行ったとき、

- 交差点が唯一つ減るタイプ

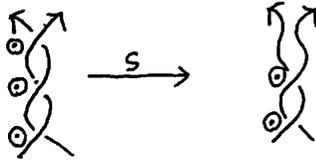


図 7。

このとき、この交差点を  $\odot$  とする。

- 交差点が二つ以上減るタイプ (*up to R-move*)

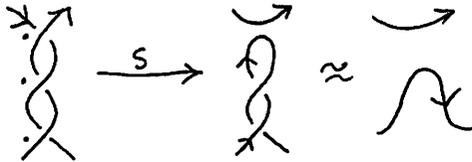


図 8。

このとき、この交差点を  $\cdot$  とする。

ある *irreducible alternating knot diagram* の全ての交差点に  $\odot$  または  $\cdot$  をつける。 $\odot$  の個数が  $a$  個、 $\cdot$  の個数が  $b$  個あるとき、その *alternating knot diagram* の *s-type* は  $[a, b]$  であるという。 $c$  をその、*alternating knot diagram* の交差点数とすると、 $c = a + b$

予想 2  $s\text{-type } [a, b]$  は *alternating knot* の *irreducible alternating*

*diagram* の不変量である。

$c = a + b$  として  $\{[a, b]\}_c$  に次のように辞書式順序を入れる。

$([a, b] \in \mathbb{N}_{\geq 0} \times \mathbb{N}_{\geq 0})$

$a_1 > a_2 \implies [a_1, b_1] > [a_2, b_2]$

$a_1 = a_2, b_1 > b_2 \implies [a_1, b_1] > [a_2, b_2]$  とする。

Type  $(c, 2)$  ( $c : \text{odd}$ ) の torus knot は  $\{[a, b]\}_c$  の最大元であり、 $[a, b] = [c, 0]$  である。また twist knot (図 9) は  $\{[a, b]\}_c (c : \text{even})$  の最小元で  $[a, b] = [0, c]$  である。(  $c$  が奇数のときは、最小元か否か不明)

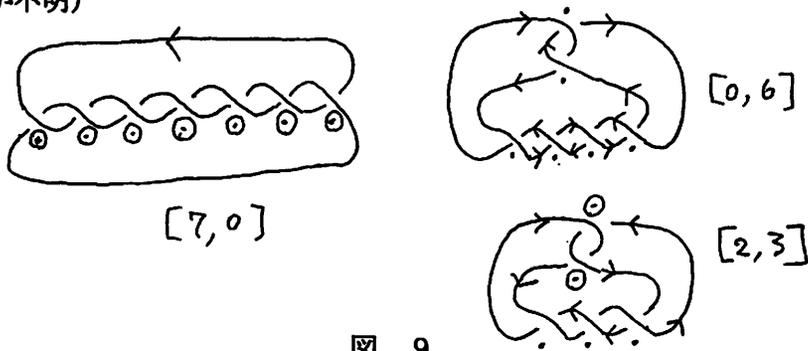


図 9。

- 問. (1)  $c$  が奇数のときの  $\{[a, b]\}_c$  の最小元を求めよ。  
 (2)  $c$  が偶数のときの  $\{[a, b]\}_c$  の最大元を求めよ。  
 (3)  $c$  が奇数のときの  $\{[a, b]\}_c$  の最大元は torus knot に限るか。  
 (4)  $c$  が偶数のときの  $\{[a, b]\}_c$  の最小元は twist knot に限るか。

命題 8  $[a, b] = [c, 0]$  の knot の Conway 多項式の次数は

$c = 2m - 1$  のとき、 $2m - 2 (= c - 1)$  であり、

$c = 2m$  のとき、 $2m - 2 (= c - 2)$  である。

$[a, b] = [0, c]$  の knot の Conway 多項式の次数は 2 である。逆は成立しない。

**Example 9**  $7_2$  knot の  $s$ -type は  $[2, 5]$  であるが、 $\nabla_{7_2}(z) = 1 + 3z^2$  である。

注。  $\nabla_K(z) = 1$  (i.e.  $\deg \nabla_K(z) = 0$ ) という knot はあるが、この knot は *non-alternating knot* である。

(「 $\deg \nabla_K(z) = 0 \implies K$  は *non-alternating knot*」という事は知られている事実か?)

予想 3  $\{[a, b]\}_c$  で  $c \geq 5$  のとき、「 $a \leq 2 \iff \deg \nabla_K(z) = 2$ 」

予想 4  $\{[a, b]\}_c$  で  $c \geq 4$  のとき、「 $b \leq 2 \iff \deg \nabla_K(z)$  は上限」  
(つまり  $c = 2m - 1$  または  $c = 2m$  として  $\deg \nabla_K(z) = 2m - 2$  か?)

予想 5  $[a_1, b_1], [a_2, b_2]$  において、

$$a_1 \geq a_2 + 3 \implies \deg \nabla_{k_1}(z) > \deg \nabla_{k_2}(z)$$

$$b_1 \leq b_2 - 3 \implies \deg \nabla_{k_1}(z) < \deg \nabla_{k_2}(z)$$

•unknotting number  $u$  について、 $[a, b] = [0, c] \implies u = 1$  を予想したが反例が有る

$[a, b] = [c, 0] (c \geq 5) \implies u \geq 2$  を予想したが反例が有る

**Example 10**  $7_4$  knot は  $[0, 7]$ . しかし  $u = 2$

$6_3$  knot は  $[6, 0]$  だが  $u = 1$

unknotting number は  $s$ -type ではなく、crossing change に関係する。一方  $s$ -type は smoothing によって定義されている。

予想 3, 4 について、

**Example 11**  $8_2$  knot の  $s$ -type は  $[6, 2]$  で  $\nabla_{8_2}(z) = 1 - 3z^4 - z^6$   
(8 交差点では最高次数)

$8_5$  knot の  $s$ -type は  $[6, 2]$  で  $\nabla_{8_5}(z) = 1 - z^2 - 3z^4 - z^6$  (8 交差点では最高次数)

$7_2$  knot の  $s$ -type は  $[2, 5]$  で  $\nabla_{7_2}(z) = 1 + 3z^2$  (7 交差点では最低次数)

**Example 12**  $6_3^{[1]} \approx 8_{13}$  であり、*alternating diagram* の  $k$ -辺形の個数  $\{R_k\}$  は同じではないが  $s$ -type は  $[a, b] = [5, 3]$  で同じである。

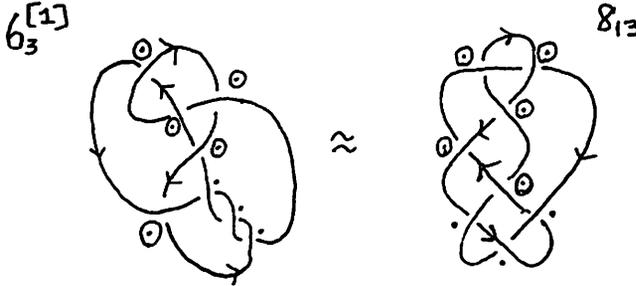


図 10。

#### 参考文献

- [1] K.Kobayashi and T.Kodate : *Knot, Link* の本表現について、  
HAKONE SEMINAR 27 ( 2011 ) pp. 1-18
- [2] K.Kobayashi and T.Kodate : *Characterization of knots in a book presentation, to appear*
- [3] K.Kobayashi and T.Kodate : *Book presentation of knot, to appear*
- [4] S.Suzuki : 結び目理論入門、( 1991 ) サイエンス社