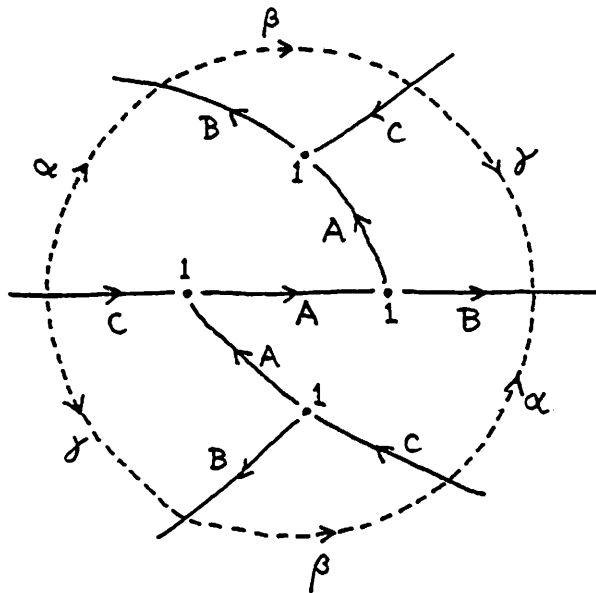


DS-diagram 上の Dehn surgery

石井一平 (慶応大. 理工)

まづ. 例として. $S^2 = \partial B^3$ 上の DS-diagram (G, f) の一部に下図の様な部分がある場合を考える.



[Fig. 1.]

破線で示した S^1 は, identification map f によつて. 図に α, β, γ で示されたように同一視される. この S^1 を bound する B^3 内の 2-disk を D_0^2 , $B^3 - D_0^2$ の component のうち描かれた DS-diagram の部分を含むものを D_0^3 とする. このとき 次のことがわかる.

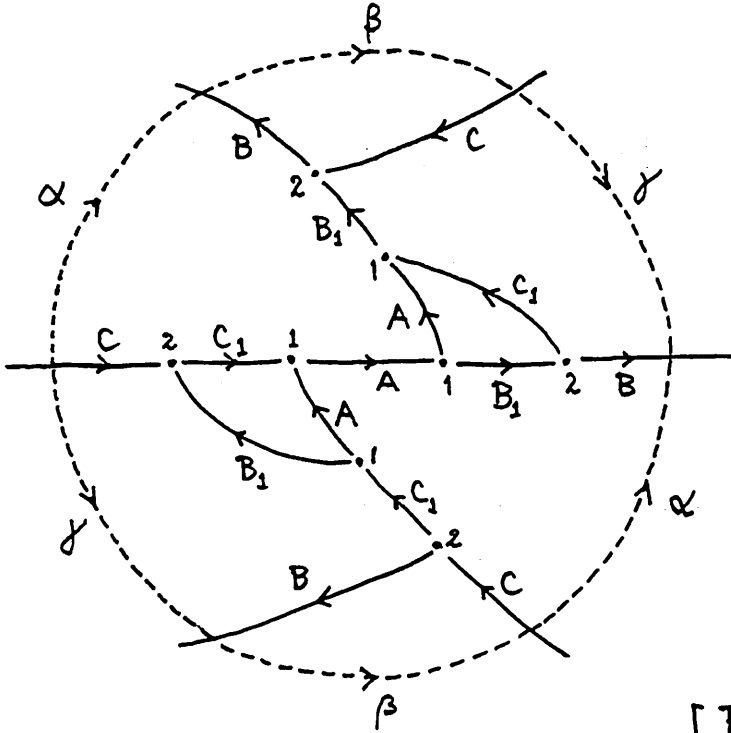
- 1) $T \equiv f(D_0^2)$ は 2次元 torus $S^1 \times S^1$ である.
- 2) $H \equiv f(\overline{D_0^3})$ は solid torus $D^2 \times S^1$ である.
- 3) $x = f(\alpha + \beta)$, $y = f(\beta + \gamma)$ は $T = \partial H$ 上の loops で, $\pi_1(T)$ を生成する.

(2)

4) $\alpha + 2\gamma$ が H の meridian である。

5) $c = f(A)$ が H の core である。

次に次の図を考える。



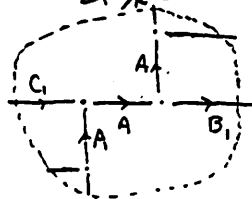
[Fig. 2]

この図についても [Fig. 1] についての性質 1), 2), 3), 5) が成り立ち. 4) の代りに

4') $\alpha + 3\gamma$ が H の meridian である。

が成り立つ。従って、[Fig. 1] のような部分を [Fig. 2] で置き換えることにより $c = f(A)$ に沿う Dehn surgery を施した多様体を得ることが出来る。

[Fig. 2] は、また

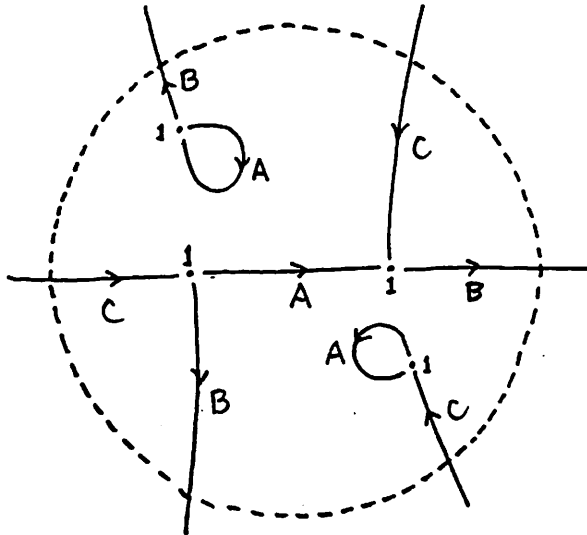


の [Fig. 1] と同じ部分

(3)

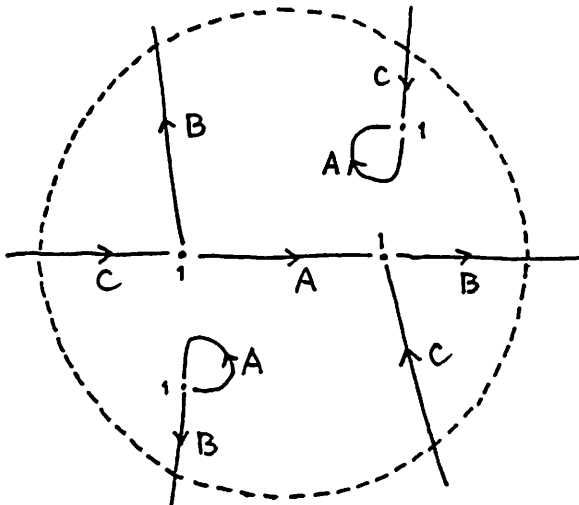
を持つので、更に surgery を示すことが出来る。

以下に solid torus の“カセット”とその meridian を示す。



meridian = α

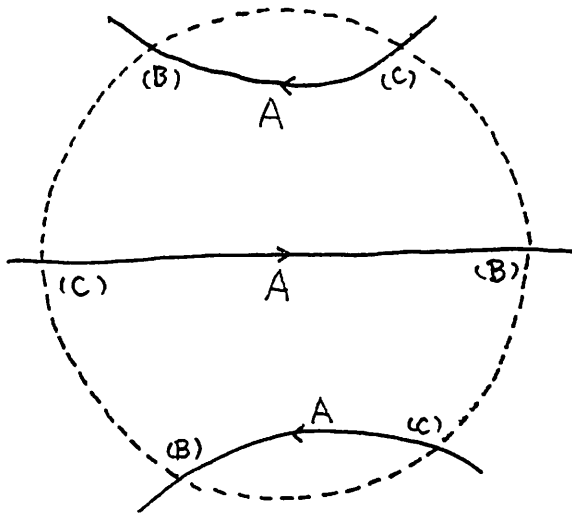
[Fig. 3]



meridian = y

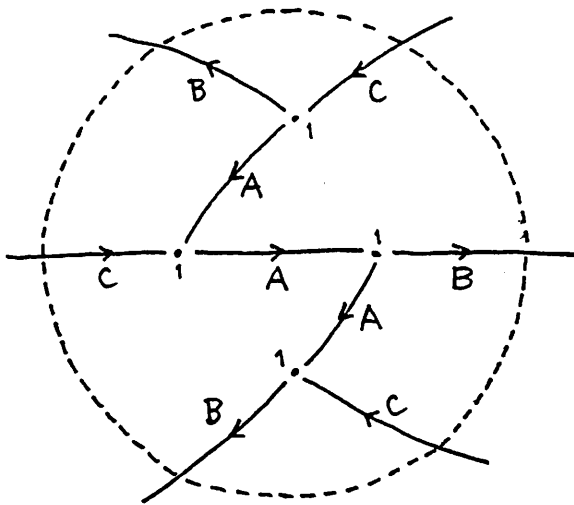
[Fig. 4]

(4)



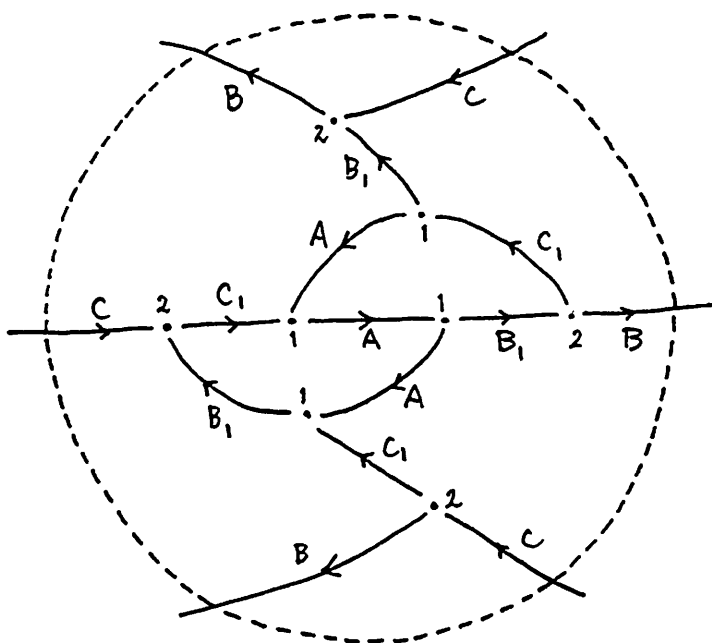
meridian = $x + y$

[Fig. 5]



meridian = $2x + y$

[Fig. 6]



meridian = $2x + 3y$

[Fig. 7]

例えば [Fig. 7] は, [Fig. 2] に "[Fig. 1] → [Fig. 6]"
なる operation を示したものと見ることが出来る. 二の
ように上に示した "カセット" の入れ換えを適当に
組み合わせることによって $C = f(A)$ に沿う Dehn surgery
をすべて記述できる.

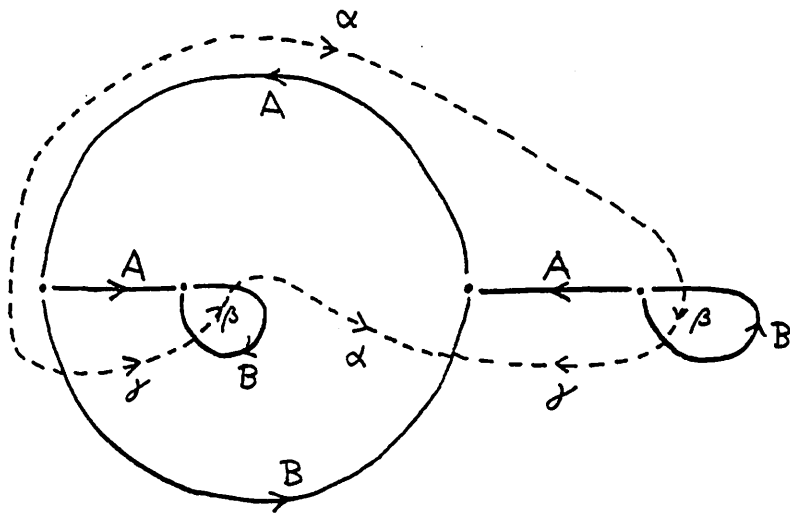
[Fig. 1] に於ける

Remark

ここで示した Dehn surgery の形式的な部分は, 池田氏
による "非基本変形" (教理研講究録 563, 箱根セミナー '85, '86)
の一般化になっている. 池田氏は周囲の状況を限定して
いるので, もっと詳しい結論を導いているが, 一般的な状
況下では, "Dehn surgery である" としか表現できようにな
い. (cf. 箱根セミナー '85, p.1.)

(6)

Example



アワビでは、上図の破線の片側 (Aを含む側) は、
 [Fig.1]-type のカセットで、他方は [Fig.5]-type のカセット
 になっている。これらが表示する solid torus をそれぞれ
 H_1, H_2 とすると、 H_1 の meridian は $x+2y$ 、 H_2 の
 meridian は $x+y$ ($x=f(\alpha+\beta)$, $y=f(\beta+\delta)$) である。

練習問題

$L(p, q)$ (リンク空間) の DS-diagram を Dehn surgery
 によって定めよ。