HAKONE SEMINAR 14 (1998) 9-13.

拡張版 DS-diagram

神戸大学　池田裕司

1. DS-diagram (S^2, G) に於ては 3-regular graph G の連結性が要求されていた。
これを外す。
但し，それによって $S^2 - G$ には (open) planar surface が現われる事になる。
それが disk の場合には DS-diagram の条件をそのまま採用する。
disk でない場合も，disk と同じ条件を要求する。
つまり，どの planar surface にも丁度1枚だけ homeomorphic な相棒があって，その2枚が identify される。

ここで確かめなければならないのは
拡張版 DS-diagram によっても，closed 3-manifold が unique に定まっている事である。

これは，旧版 DS－diagram に於けると同様に，identification map の選び方によらない事を意味している。

命題の形で述べれば，

Th． M_1, M_2 は closed 3-manifold とする．
M_1, M_2 が同じ拡張版 DS－diagram で与えられるならば，M_1 と M_2 は homeomorphic である。

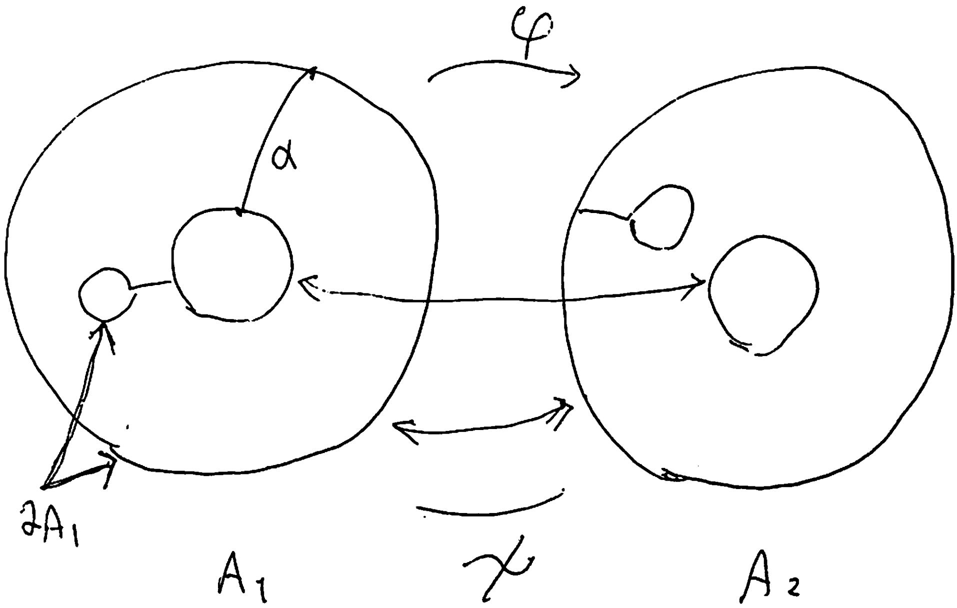
となる。

2． この証明を述べる。
仕組は全く同じであるから，(open) planar surface として，annulus A_1, A_2 を例にとって説明する。

つまり S^2-G の連結成分として，A_1, A_2 があって，A_1 と A_2 が identify される。その identification map が二つあると考えてみる。それらを φ, ψ としておく。

φ と ψ の違いがどこにあるか調べる。

A_i の boundary walk を ∂A_i と書くことにすると、∂A_i 上では φ と ψ は一致していると考えてよい。

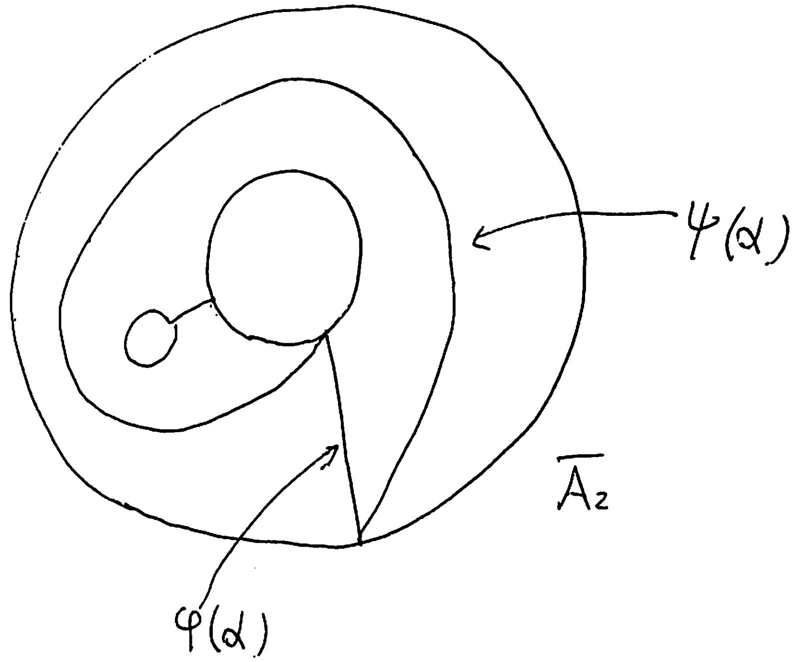


勿論 ∂A_i は連結ではない。

ここで A_i の closure $\bar{A}_i$ を考えて、A_1 を disk に切るように $\bar{A}_1$ 上に arc α をとる。α の boundary は $\bar{A}_1$ の boundary 上にある etc は勿論満たしている。

この α について $\varphi(\alpha)$ と $\psi(\alpha)$ の差を観る。

と代表的に次の通りである。



ここで問題は、$\varphi(\alpha)$ と $\psi(\alpha)$ が
同じに見えるかどうか
と云う事になった。

$(\overline{A_2}, \partial A_2, \varphi(\alpha))$ と $(\overline{A_2}, \partial A_2, \psi(\alpha))$
なる組については
∂A_2 を固定する homeo が存在する
ことは明らかである。

最後に、

このhomeomorphismを3-ballの中
に拡張出来る
から、出来上った closed 3-manifolds
は homeomorphic である
という事になる。

取り敢えず、ここ迄でどうですか？